



HAL
open science

CONTRIBUTION A LA COMMANDE PREDICTIVE OPTIMALE SOUS CONTRAINTES DES PROCEDES DISCONTINUS NON LINEAIRES UTILISES DANS L'INDUSTRIE ALIMENTAIRE

Ioan-Cristian Trelea

► **To cite this version:**

Ioan-Cristian Trelea. CONTRIBUTION A LA COMMANDE PREDICTIVE OPTIMALE SOUS CONTRAINTES DES PROCEDES DISCONTINUS NON LINEAIRES UTILISES DANS L'INDUSTRIE ALIMENTAIRE. Sciences de l'ingénieur [physics]. Ecole Nationale Supérieure des Industries Agricoles et Alimentaires - ENSIA, 1997. Français. NNT: . tel-01537229

HAL Id: tel-01537229

<https://agroparistech.hal.science/tel-01537229>

Submitted on 12 Jun 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Numéro d'ordre : 66

Ecole Nationale Supérieure des Industries Agricoles et Alimentaires

Thèse

présentée par

Ioan Cristian TRELEA

Ingénieur de l'Institut Polytechnique de Iasi, Roumanie

pour l'obtention du titre de

Docteur

de l'Ecole Nationale Supérieure des Industries Agricoles et Alimentaires, spécialité

Génie des Procédés

**CONTRIBUTION A LA
COMMANDE PREDICTIVE OPTIMALE SOUS CONTRAINTES
DES PROCEDES DISCONTINUS NON LINEAIRES
UTILISES DANS L'INDUSTRIE ALIMENTAIRE**

Président du jury : M Jean-Jacques BIMBENET, professeur ENSIA Massy
Rapporteurs : Mme Arlette CHERUY, professeur INP Grenoble
M Jean-Pierre CORRIOU, professeur ENSIC Nancy
Examineurs : M Georges CORRIEU, professeur INA Paris Grignon
M Gilles TRYSTRAM, professeur ENSIA Massy

23 mai 1997

Résumé

L'objectif principal de cette thèse est la mise au point et la validation expérimentale d'une méthode bien adaptée à la commande automatique des procédés discontinus (batch) non linéaires, lents et stables en boucle ouverte, largement utilisés dans l'industrie alimentaire.

Les procédés discontinus se caractérisent par un fonctionnement en régime transitoire et par l'absence des consignes pour les principales variables. Notre méthode permet de calculer en temps réel les trajectoires des variables de commande qui optimisent le coût économique global du traitement, compte tenu de la dynamique du procédé et des contraintes technologiques et de qualité.

Un estimateur d'état et de paramètres permet d'intégrer l'information obtenue à partir des mesures effectuées en ligne, introduisant un retour de sortie. La stratégie de commande future est adaptée en temps réel, sur la base des prédictions du modèle interne. Les prédictions se font à long terme, typiquement jusqu'à la fin du cycle. La méthode n'impose pas de forme particulière à la fonction de coût, aux contraintes, au modèle interne ou à l'estimateur. Toutes les composantes peuvent être non linéaires et conçues séparément.

La validation expérimentale est réalisée sur deux procédés pilote. L'application au procédé de séchage montre qu'avec un choix convenable du modèle interne et de l'algorithme d'optimisation de la commande, la complexité des calculs en ligne peut être très réduite. L'application au procédé de réfrigération utilise un modèle interne à base d'équations différentielles et algébriques, ainsi qu'un algorithme d'optimisation relativement complexe, nécessitant la puissance de calcul d'un ordinateur de bureau standard.

Les deux applications mettent en évidence la capacité de l'algorithme à assurer les objectifs de la commande (réduction des coûts, respect des contraintes), y compris face à des fortes perturbations, externes et paramétriques, mesurées et non mesurées.

Abstract

The main goal of this thesis is the elaboration and the experimental validation of an automatic control method, well suited for nonlinear, slow and open loop stable batch processes, frequently encountered in food industry.

Batch processes operate in unsteady state, and have no setpoints defined for the relevant variables. Our method allows real time computation of the control variables' trajectories which optimize the global operation cost, taking into account the process dynamics and technological and quality constraints.

A state and parameter estimator uses the information provided by on line measurements, introducing output feedback. The future control strategy is adjusted in real time, based on the predictions of the internal model. The predictions are made in a long time perspective, typically up to the end of the batch. Our method does not require any particular form of the cost function, constraints, internal model or state estimator. All components may be nonlinear and designed separately.

The experimental validation is made on two pilot plants. The application to the drying process shows that with a suitable choice of the internal model and of the control optimization algorithm, the complexity of the on line computations can be kept very low. The application to the refrigeration process uses an internal model based on differential and algebraic equations, together with a relatively sophisticated optimization algorithm, requiring a standard desktop computer.

Both applications show the ability of our algorithm to fulfill the control specifications (cost reduction and constraint satisfaction), even in the presence of strong disturbances, both external and parametric, measured and unmeasured.

Remerciements

Ce travail a été effectué sous la direction de Monsieur le professeur Gilles Trystram, chef du département Génie Industriel Alimentaire de l'ENSIA. Qu'il trouve ici ma profonde reconnaissance pour la confiance qu'il m'a accordée en m'associant aux recherches de son département, l'attention soutenue qu'il a portée à mes travaux, son aide précieuse et ses conseils toujours pertinents.

Je tiens à exprimer mes vifs remerciements à Monsieur le professeur Jean-Jacques Bimbenet pour l'honneur qu'il me fait en présidant le jury de thèse.

J'exprime ma reconnaissance à Madame le professeur Arlette Cheruy et Monsieur le professeur Jean-Pierre Corriou pour l'intérêt qu'ils ont marqué pour ce travail et qui ont accepté d'être rapporteurs.

Je remercie Monsieur le professeur Georges Corriou pour l'amabilité d'avoir accepté de juger mon travail.

Je tiens à remercier tout particulièrement Monsieur Francis Courtois, Maître de Conférences, pour l'intérêt et la patience dont il a témoigné en m'initiant aux secrets du séchage et de la simulation numérique. Ma reconnaissance va également à Monsieur le professeur Jean-Jacques Bimbenet, ainsi qu'à Madame Catherine Bonazzi, chercheur INRA, pour les discussions enrichissantes qui m'ont permis d'approfondir le domaine du séchage.

Je remercie très sincèrement Madame Graciela Alvarez, chercheur au CEMAGREF d'Antony, pour le chaleureux accueil au sein de son équipe, son aide permanente et les excellentes conditions de travail qui m'ont été créées.

L'excellente ambiance de travail et de soutien réciproque qui règne au sein de l'équipe d'automatique doit énormément à ses thésards. Que Madame Nathalie Perrot, Monsieur Jean-Michel Trichard et Monsieur Régis Lemaire trouvent ici l'expression de toute ma gratitude.

La réalisation de ce travail n'aurait été possible sans l'appui constant de toute l'équipe technique de l'ENSIA, et tout particulièrement de Monsieur Hamid Aichoune, dont les efforts permanents assurent le bon fonctionnement du système informatique, ainsi que de Monsieur Christophe Geneste, qui a fait du séchoir pilote en un remarquable outil expérimental.

Je remercie chaleureusement Madame Monique Belgome, ainsi que tout le personnel administratif de l'ENSIA, pour leur aimable soutien dans les nombreuses démarches administratives.

Mes remerciements les plus affectueux vont à Sabine Lucas, pour avoir accepté de bon gré les contraintes imposées par la rédaction de ce mémoire.

A mon oncle

Table des matières

Introduction générale.....	9
1. Problèmes et méthodes de commande en génie des procédés.....	12
1.1. <i>Introduction.....</i>	12
1.2. <i>Objectifs de la commande.....</i>	12
1.2.1. Objectifs pour la commande des procédés continus.....	12
1.2.2. Objectifs pour la commande des procédés discontinus.....	12
1.3. <i>Commande optimale.....</i>	13
1.3.1. Commande optimale des procédés continus.....	13
1.3.2. Commande optimale des procédés discontinus.....	14
1.3.3. Commande optimale et commande prédictive.....	14
1.3.4. Avantages et inconvénients de la commande optimale.....	15
1.4. <i>Contraintes.....</i>	15
1.4.1. Définition.....	15
1.4.2. Contraintes en IAA.....	15
1.4.3. Impact des contraintes sur la commande des procédés.....	16
1.4.4. Méthodes de commande permettant la prise en compte des contraintes.....	16
1.4.5. Avantages de la prise en compte explicite des contraintes.....	17
1.5. <i>Non linéarités.....</i>	17
1.5.1. Définition.....	17
1.5.2. Non linéarités dans les procédés alimentaires.....	18
1.5.3. Conséquences des non linéarités sur la commande.....	18
1.5.4. Principales méthodes utilisées pour la commande des procédés non linéaires.....	18
1.6. <i>Interactions entre variables.....</i>	21
1.6.1. Commande monovariable multiple.....	21
1.6.2. Commande multivariable.....	22
1.7. <i>Estimation en ligne de l'état et des paramètres du procédé.....</i>	22
1.7.1. Le problème des capteurs en IAA.....	22
1.7.2. Estimateurs d'état et de paramètres pour systèmes linéaires.....	23
1.7.3. Estimateurs d'état et de paramètres pour systèmes non linéaires.....	23
1.7.4. Mesures indirectes.....	24
1.8. <i>Information incomplète et incertitudes.....</i>	24
1.8.1. Incertitudes en IAA.....	24
1.8.2. Compromis performances - robustesse.....	24
1.8.3. Traitement de l'incertitude en automatique linéaire.....	25
1.8.4. Expressions non linéaires de l'incertitude.....	25
1.9. <i>Particularités dynamiques des procédés alimentaires.....</i>	26
1.9.1. Dynamique stable et bien amortie.....	26
1.9.2. Dynamique lente.....	26
1.10. <i>Conclusions.....</i>	26
2. Algorithme de commande prédictive optimale sous contraintes.....	28
2.1. <i>Introduction.....</i>	28
2.2. <i>Structure de la commande.....</i>	28
2.2.1. Schéma bloc.....	28

2.2.2. Fonctionnement temporel de l'algorithme de commande.....	30
2.2.3. Intégration de la commande prédictive dans une structure hiérarchisée.....	32
2.3. Choix des éléments constitutifs de l'algorithme de commande.....	33
2.3.1. Fonction de coût et contraintes pour le calcul de la commande.....	33
2.3.2. Critère de qualité de la commande.....	34
2.3.3. Algorithme d'optimisation pour la commande.....	35
2.3.4. Fonction de coût et contraintes pour l'estimation.....	38
2.3.5. Critère de qualité pour l'estimation.....	38
2.3.6. Algorithme d'optimisation pour l'estimation.....	39
2.3.7. Modèle interne.....	40
2.4. Conclusion.....	41
3. Description formelle et analyse des propriétés de l'algorithme de commande.....	43
3.1. Introduction.....	43
3.2. Définitions.....	44
3.2.1. Ensemble de temps.....	45
3.2.2. Signaux de commande.....	45
3.2.3. Perturbations.....	45
3.2.4. Sorties mesurées.....	46
3.2.5. Procédé à commander.....	46
3.2.6. Modèle de prédiction.....	46
3.2.7. Fonction de coût, contraintes et critère de qualité de la commande.....	46
3.2.8. Commande.....	47
3.2.9. Fonctions d'entrée et de sortie bornées.....	47
3.2.10. Procédé nominal.....	48
3.2.11. Comportement stable.....	48
3.2.12. Procédé stabilisable.....	48
3.2.13. Modèle stabilisable de façon robuste.....	48
3.2.14. Procédé stable de façon robuste en boucle ouverte.....	49
3.2.15. Comportement stable du système de commande en boucle fermée.....	49
3.2.16. Modèle parfait.....	50
3.2.17. Optimisation exacte (commande parfaite).....	50
3.3. Illustration des définitions.....	50
3.3.1. Critère de qualité dont la minimisation engendre une loi de commande de type PI.....	50
3.3.2. Choix des bornes de stabilité.....	51
3.4. Construction du critère de qualité de la commande à partir de la fonction de coût et des contraintes.....	52
3.5. Stabilité nominale.....	54
3.5.1. Condition nécessaire et suffisante de stabilité en boucle fermée, pour un système de commande idéal.....	54
3.6. Illustration du théorème sur la stabilité nominale.....	56
3.7. Stabilité robuste.....	57
3.7.1. Condition suffisante pour la stabilité robuste en boucle fermée d'un procédé stable en boucle ouverte.....	57
3.7.2. Condition suffisante de stabilité robuste.....	58
3.8. Robustesse des performances.....	61
3.8.1. Ecart maximal entre performances prédites et performances réalisées.....	62
3.8.2. Ecart maximal entre les performances optimales réalisables avec le procédé et avec son modèle.....	63
3.8.3. Perte maximale des performances, due à l'optimisation avec une précision limitée.....	64
3.9. Illustration des résultats sur la robustesse des performances.....	65
3.9.1. Ecart maximal entre performances prédites et performances réalisées.....	65
3.9.2. Ecart maximal entre les performances optimales réalisables avec le procédé et avec son modèle.....	65
3.9.3. Perte maximale des performances, due à l'optimisation avec une précision limitée.....	65

3.10. Conclusion.....	66
4. Séchage du maïs avec respect de la qualité amidonnaire.....	67
4.1. Introduction.....	67
4.2. Matériel.....	67
4.2.1. Séchoir pilote.....	67
4.2.2. Conditions expérimentales.....	68
4.2.3. Produit.....	69
4.3. Méthodes.....	69
4.3.1. Formulation mathématique du problème de commande.....	69
4.3.2. Modèle interne à base de réseaux de neurones.....	74
4.3.3. Algorithmes d'optimisation sous contraintes.....	77
4.4. Résultats et discussion.....	77
4.4.1. Validation du modèle interne.....	77
4.4.2. Existence d'un profil de commande admissible.....	81
4.4.3. Optimisation hors ligne. Discussion du profil optimal.....	82
4.4.4. Validation expérimentale de l'algorithme de commande en conditions nominales.....	84
4.4.5. Validation expérimentale en présence des perturbations mesurées.....	85
4.4.6. Validation expérimentale en présence des perturbations mesurées et non mesurées.....	85
4.5. Analyse de robustesse.....	87
4.5.1. Stabilité robuste en boucle fermée.....	87
4.5.2. Robustesse des performances.....	89
4.6. Conclusion et perspectives.....	92
5. Commande d'un procédé de réfrigération des fruits.....	93
5.1. Introduction.....	93
5.2. Matériel.....	93
5.2.1. Soufflerie pilote.....	93
5.2.2. Conditions expérimentales.....	94
5.2.3. Produits.....	96
5.3. Méthodes.....	96
5.3.1. Modèle interne basé sur les lois physiques.....	96
5.3.2. Formulation mathématique du problème de commande.....	99
5.3.3. Algorithme d'optimisation de la commande.....	107
5.3.4. Algorithme d'estimation.....	109
5.4. Résultats et discussion.....	109
5.4.1. Expérience de réfrigération typique.....	109
5.4.2. Expériences de réfrigération avec fruits réels.....	110
5.4.3. Tests de robustesse de l'algorithme de commande.....	112
5.4.4. Bénéfices économiques potentiels et facteurs limitants.....	114
5.5. Analyse de robustesse.....	115
5.5.1. Stabilité robuste en boucle fermée.....	115
5.5.2. Robustesse des performances.....	117
5.6. Conclusion et perspectives.....	120
6. Perspectives : Prise en compte des incertitudes.....	121
6.1. Introduction.....	121
6.2. Prise en compte des incertitudes dans la commande du procédé de séchage.....	121
6.2.1. Incertitudes sur l'état initial.....	121
6.2.2. Incertitudes sur la sortie prédite.....	122

6.2.3. Expression incertaine des objectifs de la commande	123
6.2.4. Optimisation de la commande en tenant compte des incertitudes.....	125
6.2.5. Discussion des résultats	126
6.3. Estimation en ligne des incertitudes de modélisation, pour le procédé de réfrigération	126
6.3.1. Choix des variables mesurées et des paramètres incertains	126
6.3.2. Estimation des paramètres et de leurs propriétés statistiques	128
6.3.3. Prédications utilisant le paramètre incertain estimé.....	129
6.3.4. Estimation des incertitudes à partir des données expérimentales.....	129
6.4. Conclusion.....	131
Conclusion générale	133
<i>Principe de la méthode de commande proposée</i>	<i>133</i>
<i>Principaux résultats</i>	<i>133</i>
<i>Commentaires et perspectives</i>	<i>135</i>
Annexes	137
<i>Annexe 1. Pénalisation linéaire des contraintes dans la fonction de coût.....</i>	<i>137</i>
<i>Annexe 2. Pénalisation quadratique des contraintes dans la fonction de coût.....</i>	<i>139</i>
<i>Annexe 3. Pénalisation du maximum des contraintes dans la fonction de coût.....</i>	<i>141</i>
<i>Annexe 4. Principe des réseaux de neurones pour l'approximation des fonctions</i>	<i>142</i>
<i>Annexe 5. Algorithme d'optimisation sous contraintes de type gradient projeté.....</i>	<i>144</i>
<i>Annexe 6. Modification des contraintes en temps réel.....</i>	<i>146</i>
<i>Annexe 7. Influence du coefficient de transfert externe sur la température de l'air après le produit</i>	<i>148</i>
Notation	149
Bibliographie	155

Introduction générale

L'industrie agricole et alimentaire est de plus en plus confrontée aux exigences de suivi et d'uniformisation de la qualité des produits, d'augmentation de la productivité et de la réduction des coûts. Le mode de production artisanal laisse progressivement la place à la production industrielle à grande échelle, tandis que l'expérience et le savoir faire des producteurs doivent être appuyés par l'intervention des outils modernes, dont le suivi informatisé et la commande automatique.

Du point de vue de l'automatique, l'industrie alimentaire pose des problèmes spécifiques, liées surtout à l'information disponible sur les procédés à contrôler.

L'information a priori est typiquement contenue dans le modèle du procédé. La modélisation des procédés alimentaires reste une activité difficile, malgré les considérables efforts déployés. Les modèles de représentation traditionnellement utilisés en automatique, comme les fonctions de transfert, donnent des résultats modestes à cause des fortes non linéarités qui apparaissent dans le domaine de fonctionnement courant des procédés.

Les transformations physiques, chimiques et biologiques subies par les produits sont très complexes et insuffisamment connues. Les modèles basés sur les lois générales sont difficiles à mettre au point et deviennent vite compliqués et lourds. Leur précision reste assez limitée. Une démarche de plus en plus utilisée est de combiner librement les modèles de représentation et de connaissance, en exploitant leurs avantages respectifs. L'un des nos objectifs est de pouvoir utiliser pour la commande tout type de modèle disponible, de manière uniforme.

L'information obtenue en ligne, à travers les mesures effectuées sur le procédé, est en général exploitée par un estimateur d'état et/ou de paramètres. Dans l'industrie alimentaire, les capteurs posent des difficultés majeures, aussi bien à cause de la nature des variables mesurées (couleur, arôme, concentration de micro-organismes, etc.), que des contraintes imposées au matériel en contact avec les aliments (composition chimique, nettoyage, risques microbiologiques, etc.).

L'utilisation des mesures indirectes et des estimateurs est une nécessité. Différents estimateurs ont été proposés (filtre de Kalman linéaire ou étendu, estimateur à horizon glissant, réseaux de neurones, etc.), chacun avec ses avantages et son propre domaine d'application. Nous nous proposons d'utiliser tout type d'estimateur disponible, indépendamment de son principe de fonctionnement.

Compte tenu du manque des capteurs et de la connaissance partielle des phénomènes, la variabilité naturelle des produits utilisés dans l'industrie alimentaire fait que la modélisation ne peut jamais atteindre une précision très élevée. Il est avantageux de tenir compte explicitement de cette imprécision dans la formulation des objectifs de la commande. Il existe pour l'instant très peu de travaux sur ce sujet en génie des procédés. Nous discutons une approche possible, sans pour autant faire le tour complet du sujet.

En automatique classique, les objectifs de la commande sont séparés en statiques et dynamiques. Les objectifs statiques (choix des consignes pour les variables) sont de nature économique, visant à obtenir le régime de fonctionnement le plus convenable. Les objectifs dynamiques (poursuite des consignes, rejet des perturbations) sont de nature purement

technique. Cette approche est conçue et s'applique bien pour les procédés continus, qui fonctionnent la plupart du temps en régime stabilisé.

L'immense majorité des travaux en automatique portent sur les procédés à flux de production continu. En industrie alimentaire, les procédés discontinus (batch) et semi continu (fed-batch), comme la fermentation, la stérilisation, la cuisson, le séchage, la microfiltration, la réfrigération etc., occupent une place importante, et posent des problèmes spécifiques.

Dans le cas des procédés discontinus et semi continu, c'est surtout l'état final qui compte (quantités et qualités des produits obtenus), et il n'y a pas de consignes pour les principales variables. Un régime stabilisé n'est pratiquement jamais atteint. La séparation traditionnelle des objectifs de la commande en statiques et dynamiques ne s'applique pas à ce type de procédé.

La méthode que nous proposons permet de spécifier directement comme objectif de la commande l'optimisation du coût économique global, qui peut inclure les propriétés du produit obtenu et le coût de fonctionnement. La forme de la fonction de coût n'est pas imposée par la méthode elle-même, mais par le problème à résoudre. L'optimisation tient compte de la dynamique du procédé, et se fait en temps réel, à partir de l'état courant, ce qui permet de compenser par retour de sortie les perturbations externes et les erreurs de modélisation.

L'évolution des principales variables du procédé entre l'instant présent et l'instant final, ainsi que l'état final lui-même, jouent un rôle essentiel dans le calcul du coût global. Le calcul de la trajectoire des variables de commande nécessite donc la prédiction de l'évolution future du procédé, typiquement jusqu'à la fin du cycle, à l'aide d'un modèle du procédé contenu dans le contrôleur. Notre algorithme de commande fait partie de la famille des méthodes prédictives, dans le sens le plus général du terme (modèle interne, estimateur et fonction de coût quelconques).

Un régime de fonctionnement défavorable se traduit, en principe, par une augmentation du coût global. Dans la pratique, les utilisateurs préfèrent éviter d'office les situations indésirables, comme les dégradations irréversibles du produit ou de l'installation, sans les chiffrer en termes de coût économique. Mathématiquement, cela se traduit par des contraintes imposées à la commande appliquée et à l'état du procédé. Le domaine de validité du modèle peut être plus réduit, sachant qu'il n'est jamais simulé en dehors de la zone de fonctionnement normal, et l'expression de la fonction de coût devient plus simple.

La prise en compte des contraintes est l'un des problèmes difficiles de l'automatique. L'anticipation semble indispensable pour éviter de manière efficace la violation des contraintes, à cause de l'inertie inhérente du procédé. Les régulateurs prédictifs sont les seuls, à ce jour, à gérer correctement les contraintes. Notre méthode permet de formuler des contraintes ponctuelles, des contraintes à respecter tout le long du traitement, ainsi que des contraintes temporelles.

Un exemple typique de contrainte ponctuelle est le respect d'une valeur imposée de la qualité du produit à la fin du traitement. Le modèle du procédé doit être capable de prédire ce paramètre de qualité, afin que la commande puisse conduire le procédé vers l'état désiré (chapitre 4). Il existe aussi des contraintes qui doivent être respectées à tout instant, comme les limites techniques de l'installation. Si le modèle ne permet pas de prédire la dégradation d'un paramètre de qualité, il faut s'assurer par ailleurs que les conditions de traitement ne dépassent les limites de sécurité à aucun moment (chapitre 5).

La durée totale du traitement peut être fixe ou variable. L'optimisation économique a tendance à réduire la durée du cycle dans la mesure du possible, afin d'augmenter la

productivité. Des contraintes de synchronisation entre différentes opérations unitaires peuvent imposer une durée fixe, ou une durée maximale.

Nous examinons les problèmes cités dans le cadre de deux applications concrètes, le séchage du maïs et la réfrigération des fruits. Ce sont deux procédés discontinus (des versions continues existent également) largement utilisés et représentatifs de l'industrie alimentaire. Ils ont été choisis aussi sur des considérations pratiques, comme la disponibilité de pilotes bien instrumentés et l'existence de modèles fiables.

La méthode de commande développée est assez générale et devrait s'appliquer, sans modifications de principe, dans de nombreux autres cas. La comparaison avec les méthodes de l'automatique classique est difficile, car le problème de commande est formulé de façon différente. Il ne s'agit pas de comparer des performances en poursuite et en régulation, mais de minimiser un coût de fonctionnement et d'assurer le respect des contraintes. Les procédés que nous étudions fonctionnent en pratique selon un scénario prédéterminé, et souvent très simple (conditions opératoires constantes, temps fixe), donc en fait en boucle ouverte.

Notre travail est structuré en six chapitres. Le chapitre 1 est une étude bibliographique des principales méthodes de commande utilisées en génie des procédés. L'accent est mis sur les possibilités qu'elles offrent par rapport à nos objectifs. Le chapitre 2 décrit le principe de la méthode que nous proposons et donne quelques indications d'ordre général sur le choix des éléments constitutifs. La méthode est décrite à l'aide d'un formalisme mathématique rigoureux dans le chapitre 3, qui offre aussi quelques exemples simples permettant d'illustrer les concepts abstraits discutés.

Les chapitres 4 et 5 sont consacrés à deux applications complètes (séchage et réfrigération), qui permettent d'examiner en détail et de valider expérimentalement notre approche. Le chapitre 6 discute brièvement les perspectives offertes par la prise en compte des incertitudes dans la description du procédé, en utilisant comme support les deux mêmes applications. Finalement, la conclusion générale offre une synthèse et une vue critique sur la méthode et sur les résultats obtenus.

1. Problèmes et méthodes de commande en génie des procédés

1.1. Introduction

L'élaboration de nouvelles techniques de commande pour les procédés alimentaires, et plus particulièrement pour les procédés discontinus, correspond à un besoin réel. La présente étude bibliographique met en évidence le décalage existant entre les besoins de l'utilisateur, d'une part, et les réponses apportées par l'automatique classique, d'autre part. Ce chapitre donne un aperçu général des principaux problèmes et des solutions existantes, et justifie l'orientation de notre travail.

1.2. Objectifs de la commande

L'objectif final de tout projet d'automatisation d'une unité de production est une optimisation de son fonctionnement. C'est une notion complexe, qui intègre le respect des paramètres de qualité du produit, la réduction de l'influence des facteurs perturbateurs, la réduction de la consommation de matières premières, l'augmentation de la productivité horaire, la réduction de l'usure du matériel, etc.

1.2.1. Objectifs pour la commande des procédés continus

Les procédés continus fonctionnent la plupart du temps en régime stabilisé. Les objectifs de la commande peuvent être divisés en statiques et dynamiques, et traités séparément.

Les objectifs statiques concernent la détermination du meilleur point de fonctionnement, d'un point de vue économique, et s'expriment à travers les consignes pour les principales variables. Les objectifs dynamiques sont subordonnés aux objectifs statiques (poursuite des consignes, rejet des perturbations) et sont essentiellement de nature technique.

1.2.2. Objectifs pour la commande des procédés discontinus

Les procédés discontinus et semi continus fonctionnent en régime transitoire. L'absence d'un point de fonctionnement fait que la séparation en objectifs statiques et dynamiques n'est pas possible. Selon Trystram et Courtois (1994), il existe en pratique trois approches pour la commande des procédés discontinus.

1.2.2.1. Commande basée sur le temps uniquement

Les actions sur le procédé (comme l'ajout de produits, le refroidissement, l'arrêt, etc.) sont effectuées à des instants précis, sans tenir compte de ce qui se passe effectivement dans le procédé. La sensibilité aux éventuelles perturbations est très forte, leur effet n'étant pas du tout compensé. C'est une approche entièrement boucle ouverte.

1.2.2.2. Commande basée sur le suivi des consignes déterminées à l'avance

Une idée souvent utilisée pour une commande plus performante des procédés discontinus, est de construire des consignes pour certaines variables mesurées ou estimées, puis d'utiliser les méthodes de commande propres aux procédés continus pour les suivre.

Quand il s'agit d'événements discrets (comme l'ajout ponctuel d'un composant ou l'arrêt), la décision est prise sur la base des mesures, ou (d'une partie) de l'état reconstitué à partir des mesures.

Le problème clé est la construction des consignes, qui doit tenir compte de la dynamique du procédé. Une consigne obtenue de façon empirique est rarement optimale du point de vue de la productivité, des coûts d'exploitation ou de la qualité du produit. Ceci est vrai aussi bien pour les procédés relativement nouveaux comme la micro filtration (Dornier *et al.* 1995), que pour ceux qui ont une longue tradition d'exploitation comme la distillation du cognac (Foix *et al.* 1996). Par exemple, forcer un procédé qui évolue naturellement selon une exponentielle, à suivre une trajectoire sous forme de rampe, peut s'avérer une perte de temps et d'énergie, d'autant plus si c'est l'état final qui compte, et il n'y a aucune raison particulière pour favoriser la rampe plutôt qu'autre chose.

On peut qualifier cette approche comme étant en boucle ouverte au niveau stratégique (construction des consignes), et en boucle fermée au niveau tactique (suivi des consignes).

1.2.2.3. Détermination en ligne de la stratégie à suivre

Il ne s'agit pas de suivre un scénario pré déterminé, optimal ou non, mais de l'adapter sans cesse en fonction des informations sur le procédé (mesures). Cette méthode est la plus puissante, car les décisions au niveau stratégique sont prises en boucle fermée. C'est la voie qui nous paraît la plus adaptée aux objectifs réels de la production alimentaire.

1.3. Commande optimale

Une grande variété de méthodes peuvent être regroupées sous ce nom. Les applications les plus nombreuses concernent les cas où la solution optimale peut être calculée de façon analytique, ce qui simplifie considérablement la mise en œuvre. Malheureusement ce n'est possible que sous des hypothèses assez restrictives (procédé linéaire, critère d'optimalité linéaire ou quadratique, absence des contraintes) et nous nous intéressons surtout aux situations qui demandent une optimisation itérative en temps réel. La puissance de calcul nécessaire est élevée, mais les premières applications existent depuis les années 1970.

1.3.1. Commande optimale des procédés continus

L'optimisation des procédés continus peut être statique (optimisation des consignes) ou dynamique (optimisation des régimes transitoires). L'optimisation des consignes a lieu soit hors ligne, soit en temps réel à une échelle de temps plus longue que la dynamique du procédé. L'optimisation dynamique a lieu avec une période beaucoup plus courte que le temps de réponse du procédé.

Les méthodes dynamiques les plus utilisées pour les procédés linéaires sont la commande LQG, la commande H_∞ , et la commande prédictive. La commande LQG (Stein et Athans 1987) minimise les écarts des sorties par rapport aux consignes, dans un sens de moyenne statistique, ou plus généralement la norme quadratique d'un transfert en boucle fermée. La commande H_∞ (Francis 1987) minimise les écarts des sorties par rapport aux consignes, pour les perturbations les plus défavorables, ou plus généralement la norme infini (maximum de la plus grande valeur singulière) d'un transfert convenablement choisi. La commande prédictive classique (Clarke *et al.* 1987a; Clarke *et al.* 1987b) minimise une somme quadratique d'écarts des sorties par rapport aux consignes, sur un horizon glissant. La version proposée par Richalet (1991) introduit en plus une trajectoire de ralliement à la consigne.

A la différence des deux autres méthodes citées, la commande prédictive peut être étendue pour incorporer des contraintes, des procédés non linéaires et des fonctions de coût arbitraires. Un exemple d'application à un procédé continu de fermentation est donné par Chen et Weigand (1994), où l'objectif est de maximiser la productivité cellulaire, et non pas d'approcher une consigne.

1.3.2. Commande optimale des procédés discontinus

Il convient de distinguer la commande optimale en boucle ouverte (hors ligne), qui calcule les trajectoires optimales des variables de commande une fois pour toutes, et la commande optimale en boucle fermée (en temps réel), qui permet de recalculer les trajectoires à chaque période d'échantillonnage, compte tenu de l'état présent du procédé, estimé à partir d'un retour de sortie. Cette deuxième version permet de compenser (du moins en partie) les perturbations et les erreurs de modélisation inévitables.

Les principales difficultés liées à la commande optimale ont été mises en évidence dès les premières applications. Bourdaud (1974) étudie l'optimisation de la croissance de trois types de micro-organismes, en utilisant une approche variationnelle et le principe d'optimalité de Pontryagin. Il constate une mauvaise reproductibilité des résultats (en boucle ouverte) ainsi que les limites des modèles et l'insuffisance des capteurs. Plus récemment, Van Boxtel et Knol (1996) considèrent (en simulation) le séchage en lit fluidisé, et se donnent comme objectif l'inactivation de certains composants biologiques avec un coût économique minimal. Ils utilisent un modèle physique simplifié couplé à une procédure d'optimisation dynamique. Le temps total n'est pas optimisé directement, mais ajusté en simulation par essais et erreurs.

Une approche similaire est utilisée (en simulation également) par Van Impe *et al.* (1994) pour la fermentation de la pénicilline G, et par de Trembley *et al.* (1992) pour une culture de cellules. Tous les auteurs soulignent la grande sensibilité des résultats par rapport aux prédictions du modèle. Van Impe *et al.* (1994) concluent clairement qu'une tentative de réalisation pratique des trajectoires obtenues serait probablement décevante. Georgakis (1995) propose une démarche de modélisation itérative, explicitement orientée vers l'optimisation : Le modèle est ré-identifié à partir des expériences faites dans les conditions optimales trouvées, l'optimisation refaite, etc.

Les travaux cités, y compris les plus récents, calculent la commande optimale en boucle ouverte. Lors de la mise en œuvre, la commande ainsi calculée n'est optimale que si le procédé n'est pas perturbé et si le modèle est parfait, or c'est loin d'être le cas. L'importance d'une mise en œuvre en boucle fermée a été reconnue depuis les premiers travaux dans le domaine, mais n'est que très rarement utilisée. Perron (1975) propose une méthode de commande optimale à horizon glissant, pour un procédé discontinu de cuisson de pâte cellulosique. L'apport le plus spectaculaire se situe justement dans le domaine du rejet des perturbations, et non pas dans l'optimisation du fonctionnement moyen. Chen et Weigand (1994) présentent un exemple de maximisation de la quantité de produit final dans un réacteur chimique discontinu. Le fonctionnement en boucle fermée semble satisfaisant même en présence des perturbations et des erreurs de modélisation, mais les tests sont faits en simulation uniquement.

1.3.3. Commande optimale et commande prédictive

L'analyse de la littérature montre qu'il existe un lien très étroit entre la commande optimale et la commande prédictive, même si au départ l'accent a été mis sur des aspects différents, comme les noms des méthodes l'indiquent. En effet, la commande optimale

demande nécessairement une prédiction de l'évolution des variables du procédé, afin de choisir la meilleure commande, au sens du critère considéré. Inversement, la commande prédictive est basée sur une optimisation. Dans les premières applications le critère était relativement simple afin de permettre une solution analytique directe ou dans un nombre fini d'itérations (critère quadratique avec contraintes linéaires). Sans rien changer à l'esprit de la commande prédictive, il est parfaitement possible d'utiliser des critères plus complexes et des modèles non linéaires, ce qui conduit à une commande optimale au sens le plus général du terme.

1.3.4. Avantages et inconvénients de la commande optimale

Dans sa forme la plus générale, la commande optimale permet de prendre en compte explicitement les objectifs ultimes de la commande (optimisation économique), les contraintes, les non linéarités et l'aspect dynamique, ce qui est particulièrement intéressant pour les procédés discontinus. La formulation du problème est assez intuitive, ce qui facilite l'acceptation et la formulation des objectifs par des non spécialistes.

Les principales limites de la commande optimale sont la difficulté de la mise en œuvre, l'applicabilité aux procédés lents uniquement et la nécessité de disposer d'un modèle dynamique du procédé suffisamment précis et rapide à simuler, pour rendre l'optimisation en temps réel efficace.

1.4. Contraintes

1.4.1. Définition

Dans son acception la plus générale, une contrainte est toute relation qui limite l'évolution des variables du procédé. Les équations du procédé peuvent être vues comme des contraintes de type égalité (Cuthrell et Biegler 1987). Nous convenons ici d'appeler "contrainte", toute relation qui ne résulte pas des équations du modèle du procédé, et qui doit être prise en compte séparément. On peut distinguer les contraintes physiques (ou inhérentes) et les contraintes de qualité (ou imposées).

Les contraintes physiques caractérisent le fonctionnement du procédé, mais ne sont pas prises en compte dans son modèle. Par exemple, dans tout système technique, les grandeurs physiques ont un domaine limité de variation. Si on considère un modèle linéaire du procédé, les bornes de variation n'apparaissent pas, et doivent être introduites par ailleurs comme des contraintes. Dans un modèle non linéaire, la variation limitée des variables peut résulter du modèle lui-même.

Les contraintes de qualité sont des propriétés désirables du fonctionnement du procédé, que la loi de commande tâche de satisfaire. Elles ne peuvent pas être introduites dans le modèle.

1.4.2. Contraintes en IAA

La nécessité d'augmenter la productivité, et l'optimisation de manière générale, ont tendance à pousser le procédé vers ses limites. Le fonctionnement sur les contraintes est plutôt la règle que l'exception (Richalet 1996). Les exemples où la prise en compte des contraintes est essentielle pour la réalisation d'une bonne loi de commande, sont nombreux dans la littérature.

Dans la stratégie de commande proposée par Perrot *et al.* (1996a) pour la commande d'une unité de micro filtration tangentielle, la limite supérieure de la vitesse tangentielle est atteinte régulièrement dans le cadre du fonctionnement normal. Si le régulateur n'avait pas d'information sur cette limite, il continuerait à augmenter la vitesse, en se basant sur un comportement du procédé irréalisable en pratique. Les performances se dégraderaient rapidement (baisse du flux de filtrat).

Dans le cas de la stérilisation, une contrainte de qualité doit être obligatoirement satisfaite, notamment une destruction suffisante des micro organismes. Le fonctionnement le plus économique est atteint quand la contrainte est active (satisfaite à la limite). Deux autres exemples de contraintes de qualité sont traités en détail dans les chapitres 4 (séchage) et 5 (réfrigération).

1.4.3. Impact des contraintes sur la commande des procédés

Une approche strictement linéaire, ne peut pas, par définition, prendre en compte des contraintes. Les contraintes de qualité de type égalité peuvent être introduites dans certains cas sous forme de consignes à suivre. Les contraintes de type inégalité demandent une prise en compte explicite.

Les contraintes physiques sont toujours présentes en pratique, et peuvent introduire des problèmes graves, comme l'instabilité. Un exemple trivial est la saturation d'un actionneur pour un procédé monovarié, instable en boucle ouverte. Un cas plus difficile à prévoir, est celui d'un procédé multivariable, stable ou non en boucle ouverte, dont un seul actionneur est saturé.

La commande LQ (linéaire, optimale au sens d'un critère quadratique) est réputée pour sa robustesse. Elle garantit par exemple des marges de gain très rassurantes, de $[0,5; \infty]$, dans des conditions plutôt idéalisées : procédé linéaire et état mesuré (Safonov et Athans 1977). Or la simple saturation d'un actionneur fait tomber le gain de l'une des boucles de commande à zéro, et l'instabilité peut se produire. Un exemple concret est donné par de Oliveira et Biegler (1994) pour une unité multivariable de craquage catalytique (2 entrées et 2 sorties), stable en boucle ouverte. Un régulateur linéaire multivariable est calculé par la méthode de la commande prédictive pour assurer des performances dynamiques "raisonnables". L'analyse des auteurs montre que l'instabilité se produit chaque fois que l'une des entrées est saturée. On peut partiellement améliorer la situation en sacrifiant les performances dynamiques, mais l'instabilité ne peut pas être éliminée si la deuxième entrée et la première sortie sont saturées en même temps, quel que soit le réglage du régulateur.

Plus souvent qu'elle ne provoque l'instabilité, l'activation des contraintes dégrade les performances du procédé.

1.4.4. Méthodes de commande permettant la prise en compte des contraintes

La plupart des auteurs s'accordent pour affirmer qu'aujourd'hui, la seule méthode de commande qui permet de traiter explicitement les contraintes, est la commande prédictive. Richalet (1996) considère même qu'il y a une raison fondamentale à cela : Compte tenu de la nature dynamique des systèmes physiques, on ne peut éviter une contrainte qu'en actionnant à l'avance, en anticipant son effet. Un régulateur qui ne réagit qu'une fois que la contrainte est atteinte, ne pourra pas, en principe, l'éviter, à cause de l'inertie inhérente du procédé.

D'autres méthodes de commande optimale ne permettent pas l'introduction des contraintes. Dans les commandes de type LQG et H_∞ , l'optimalité s'exprime dans le domaine fréquentiel, comme une norme de matrice de transfert (respectivement une norme quadratique et une norme de type supremum). Or les contraintes sont des phénomènes non linéaires, qui n'ont pas, par définition, d'équivalent fréquentiel.

Une façon de contourner le problème des domaines de variation limités des variables a été proposé par Lakrori (1989). Une transformation bijective entre les domaines physiquement admissibles et \mathbf{R} permet d'utiliser une méthode de commande sans contraintes, tout en assurant l'appartenance des variables du procédé aux domaines requis. De très bons résultats ont été obtenus dans de nombreux cas pratiques (Ferret 1995), avec une complication de mise en oeuvre négligeable. Les contraintes de qualité sur l'état du procédé ne peuvent pas être traitées par cette méthode, car ce sont des contraintes dont le respect est désiré, et non pas assuré automatiquement par le fonctionnement du procédé.

La prise en compte explicite des contraintes dans le problème de commande n'enlève pas automatiquement les difficultés. Dans le cas cité (de Oliveira et Biegler 1994), l'instabilité se manifeste malgré l'utilisation de la commande prédictive avec contraintes.

1.4.5. Avantages de la prise en compte explicite des contraintes

Même si la présence des contraintes fait partie intégrante de la commande des procédés, le fonctionnement peut être sensiblement amélioré si la loi de commande en tient compte, et les utilise de la meilleure façon.

Ricker et Lee (1995) présentent l'exemple d'un procédé chimique complexe (4 opérations unitaires, 10 entrées, 23 sorties, 26 états), et comparent une technique de commande heuristique (boucles PI multiples, avec règles d'action ponctuelle), à une technique multivariable, prédictive, avec contraintes. Les auteurs constatent la supériorité de la deuxième méthode surtout dans les cas difficiles, quand une ou plusieurs boucles monovariabiles deviennent inopérantes à la suite de l'activation de certaines contraintes. La qualité et la production nominales sont maintenues, là où la première méthode n'y arrive pas, malgré l'introduction d'une règle de comportement conçue spécialement pour cette situation.

Dans l'exemple de la réfrigération des fruits, présenté d'abord par Alvarez et Trystram (1995), et analysé plus en détail dans le chapitre 5, l'optimisation est possible notamment grâce à l'anticipation de la contrainte de qualité. Sans cette anticipation, une température constante doit être utilisée, qui assure la satisfaction de la contrainte dans tous les cas, d'où un comportement sous optimal.

1.5. Non linéarités

1.5.1. Définition

Un système est dit linéaire, si l'effet produit par plusieurs causes agissant en même temps, est toujours la somme des effets produits séparément par chaque cause. Un système est appelé non linéaire dans le cas contraire : S'il existe des situations où l'effet d'un signal d'entrée dépend des autres signaux agissant en même temps, sur la même entrée ou sur les autres.

Il n'existe pas de systèmes techniques linéaires au sens strict. Tout procédé ou appareil a un domaine de fonctionnement, en dehors duquel les performances se dégradent, parfois de

manière irréversible. La définition théorique s'applique dans un domaine de fonctionnement limité, avec une tolérance donnée.

1.5.2. Non linéarités dans les procédés alimentaires

Les exemples de non linéarités non négligeables, rencontrées dans le fonctionnement quotidien des procédés alimentaires, sont nombreux. La dégradation de la qualité des produits par échauffement, comme la qualité amidonnaire du maïs (Courtois *et al.* 1994), présente un seuil, en dessous duquel la température n'a pratiquement pas d'effet, et au-dessus duquel la dégradation est de plus en plus rapide. La dégradation des fruits par la maladie du froid présente le même type de comportement (Come et Corbineau 1994).

La dégradation de la qualité mécanique du riz sous l'influence de la température dépend fortement de l'humidité (Bonazzi *et al.* 1994). Dans la déshydratation par immersion, l'influence des concentrations en sel et en sucre sur le gain en soluté n'est pas la même, selon que l'on travaille à basses ou à hautes températures. En micro filtration, l'effet de la pression trans membranaire est différent, selon l'état d'encrassement de la membrane. La dynamique des évaporateurs, échangeurs, etc. change selon leur état d'encrassement.

1.5.3. Conséquences des non linéarités sur la commande

Dès que le procédé lui-même ou les performances désirées sont sensiblement non linéaires, l'utilisation d'une méthode de commande linéaire est souvent inadéquate. En dehors d'un domaine de fonctionnement étroit, les performances se dégradent, ce qui est surtout nuisible pour les procédés discontinus, qui ne fonctionnent pas en régime stabilisé. Peng et Jang (1994) discutent deux cas de réacteurs chimiques fortement non linéaires. L'utilisation des lois de commande non linéaires (à base de règles), dépendantes du point de fonctionnement et des perturbations, s'avère indispensable pour obtenir des performances satisfaisantes.

1.5.4. Principales méthodes utilisées pour la commande des procédés non linéaires

Devant l'extrême diversité des procédés non linéaires et d'applications existantes, nous allons simplement illustrer les idées le plus souvent utilisées en pratique. La plupart sont, d'une façon plus ou moins directe, des extensions des techniques linéaires. Toutes les méthodes ont leurs domaines d'application et leurs limitations spécifiques. Leur adéquation pour une application donnée, doit être jugée en fonction des performances souhaitées et des gains potentiels.

1.5.4.1. Méthodes linéaires

L'approche la plus simple et la plus répandue consiste à appliquer des méthodes de la commande linéaire aux procédés non linéaires, tout en sachant que les propriétés démontrés en théorie linéaire ne seront pas réalisés. L'exemple typique est l'utilisation du régulateur PID, le plus répandu en industrie, pour des procédés qui sont pratiquement toujours non linéaires. Le critère décisif pour l'acceptation reste l'essai en pratique.

1.5.4.2. Changement de variable linéarisant

Cette technique s'applique si le procédé peut être approximé par une partie dynamique linéaire précédée et/ou suivie de non linéarités statiques et inversibles. Les variables du procédé sont transformées de manière que, par rapport aux nouvelles variables, le procédé apparaisse comme linéaire. Toute méthode de commande dynamique linéaire peut alors être appliquée.

Le changement de variable linéarisant n'existe pas toujours, et il n'y a pas de technique systématique pour le chercher. La méthode ne s'applique donc qu'au cas par cas, demande une bonne connaissance physique du procédé, et souvent des astuces particulières. Mais si elle aboutit, les résultats peuvent être spectaculaires, avec des moyens très simples (Trelea *et al.* 1997c; Becker *et al.* 1984).

1.5.4.3. Commande adaptative

L'idée de cette méthode est d'approximer un procédé non linéaire par un procédé linéaire variable dans le temps, identifié en ligne (Astrom 1983; Seborg *et al.* 1986). La méthode s'applique bien aux procédés affectés par une dérive lente des paramètres ou du point de fonctionnement. Les variations rapides autour du point de fonctionnement doivent être faibles, pour que le régulateur linéaire "courant" fonctionne correctement. La transition d'un point de fonctionnement à l'autre doit être suffisamment lente, pour pouvoir modifier le régulateur en temps utile. Finalement, l'excitation du procédé doit être suffisamment persistante, pour recueillir dans un temps court les informations nécessaires au calcul d'un nouveau régulateur.

La principale limite vient du fait qu'une bonne régulation implique une mauvaise excitation, et inversement, d'où probablement le manque de confiance des industriels. Une idée intéressante est proposée par Feng *et al.* (1996), notamment d'introduire une contrainte d'excitation persistante dans le critère même de calcul de la commande.

1.5.4.4. Batterie de régulateurs linéaires (gain scheduling)

A la différence du cas adaptatif, ici plusieurs régulateurs pré calculés fonctionnent en parallèle, chacun étant conçu pour une certaine région de l'espace d'état (Johansen et Foss 1993). La commande donnée par le régulateur le plus approprié est appliquée. Une interpolation entre plusieurs régulateurs candidats permet d'éviter les discontinuités.

La méthode donne de bons résultats si le procédé fonctionne dans un nombre réduit de régimes connus à l'avance. Sinon, le nombre de régulateurs peut devenir prohibitif, ainsi que la quantité de données expérimentales nécessaire pour l'identification dans tous les régimes. Si un régime transitoire rapide couvre une ou plusieurs zones, rien ne garantit que les performances transitoires seront adéquates ni même que le procédé sera stabilisé dans l'une des zones, même si chaque régulateur est stabilisant et assure les performances désirées dans son domaine de validité.

1.5.4.5. Linéarisations successives

Dans ce groupe de méthodes, un modèle linéaire du procédé est calculé à chaque instant d'échantillonnage, à partir d'un modèle non linéaire, et du point de fonctionnement courant. Toute loi de commande linéaire peut être utilisée ensuite. Cette approche est plus fiable que la commande adaptative, dans le sens que le modèle non linéaire est déterminé et validé à l'avance, indépendamment de la richesse des signaux pendant le fonctionnement courant. A cause de sa nature locale, elle a quand même des difficultés à gérer les régimes transitoires rapides et de grande amplitude.

Cette idée est utilisée par Garcia (1984), dans le cadre de la commande prédictive, appliquée à un réacteur chimique discontinu non linéaire. Le modèle non linéaire est simulé en parallèle avec le procédé, et linéarisé autour du point de fonctionnement courant. Ceci permet d'aboutir, à chaque période d'échantillonnage, à la résolution d'un problème d'optimisation quadratique, plutôt que d'un problème non linéaire général, ce qui simplifie les calculs en ligne de façon substantielle. Le régulateur résultant est en fait linéaire, mais variable dans le temps. Dans le cas considéré il donne de très bons résultats.

Le même principe est souvent utilisé pour la résolution du problème dual, à savoir l'estimation de l'état d'un procédé non linéaire (Gattu et Zafiriou 1992). L'estimateur résultant est connu sous le nom de filtre de Kalman étendu.

1.5.4.6. Commande géométrique

Cette approche, purement non linéaire, utilise les outils de la géométrie différentielle pour décrire le comportement dynamique des systèmes (Isidori 1989; Soroush et Kravaris 1994). L'espace d'état est constitué de variétés non linéaires, tandis que l'hypothèse de linéarité se traduit par un espace d'état euclidien. La théorie géométrique est développée selon les mêmes idées que la théorie linéaire, en substituant les opérateurs linéaires classiques par leurs généralisations différentielles. Les non linéarités discontinues ou non dérivables échappent à cette approche.

L'application pratique est difficile, car il n'existe pas, pour l'instant, d'outil numérique adéquat pour la manipulation des opérateurs dynamiques non linéaires. Dans le cas linéaire, des opérations comme l'inversion ou différentes décompositions en parties stable et instable, se ramènent au calcul matriciel. Dans le cas non linéaire il n'existe pas de méthode numérique rapide et fiable. Une idée intéressante est présentée par Song et Park (1993), qui utilisent les réseaux de neurones pour modéliser les opérateurs dynamiques non linéaires.

Les méthodes géométriques sont très sensibles aux propriétés structurelles du procédé, comme le rang ou le degré relatif. Par exemple, Alamir (1994) souligne le fait que deux systèmes très proches du point de vue des critères d'identification usuels peuvent avoir des propriétés structurelles très différentes, ce qui risque de poser des problèmes lors de la mise en œuvre d'une commande géométrique, mais n'a pas d'incidence notable sur une commande optimale.

1.5.4.7. Commande par modèle interne

Dans la commande par modèle interne, un modèle est simulé en parallèle avec le processus. La différence entre les deux sorties est vue comme étant l'effet des perturbations, et utilisée pour la construction du signal de commande, à travers un filtre de robustesse et un modèle inverse (Garcia et Morari 1982).

L'extension au cas non linéaire passe par l'utilisation d'un modèle non linéaire, mais la structure reste inchangée. Certaines propriétés favorables sont conservées, comme la paramétrisation des régulateurs stabilisants et le réglage à travers le filtre de robustesse. Les techniques existantes pour l'inversion des opérateurs dynamiques non linéaires impliquent souvent des dérivées d'ordre élevé des signaux mesurés, ce qui n'est pas acceptable en pratique. Une alternative est présentée par Hunt et Sbarabaro (1993), qui proposent de modéliser l'inverse (si elle existe) par un réseau de neurones, avec le degré de précision souhaité.

1.5.4.8. Commande prédictive

A l'instar de la commande par modèle interne, la commande prédictive fait aussi appel à un modèle explicite du processus. Au lieu de fonctionner en parallèle avec le procédé, il est utilisé pour simuler le comportement futur. La commande à appliquer résulte de l'optimisation de ce comportement (Garcia *et al.* 1989). Dans la commande prédictive traditionnelle, la fonction à optimiser est quadratique, le modèle du procédé est linéaire et il n'y a pas de contraintes. La solution du problème d'optimisation peut être calculée explicitement, et la loi de commande dans son ensemble reste linéaire (Richalet 1991).

L'extension au cas non linéaire peut se faire de plusieurs manières :

1. Introduction des contraintes sur les entrées et/ou sur les sorties du procédé. La loi de commande devient non linéaire, car le principe de la superposition des effets n'est plus valable.
2. Utilisation d'un modèle de prédiction non linéaire. C'est ce que la plupart des auteurs appellent commande prédictive non linéaire. L'analyse théorique demande de fortes hypothèses simplificatrices (Henson et Seborg 1993). La mise en œuvre est beaucoup plus difficile et coûteuse en temps de calcul, car la solution du problème d'optimisation est itérative (Chen et Weigand 1994), ce qui demande de nombreuses simulations du modèle.
3. Fonction de coût complexe (autre que linéaire ou quadratique dans les variables de commande). L'optimisation devient itérative. Une approche hiérarchisée permet des temps de calcul plus longs, sans pour autant sacrifier les performances dynamiques (Ganguly et Saraf 1995).

1.6. Interactions entre variables

Les procédés réels ont en général plusieurs variables à commander (sorties), et plusieurs possibilités d'agir sur ces variables (entrées de commande). Chaque entrée de commande agit typiquement sur plusieurs sorties (couplage interne des variables). La satisfaction par chaque sortie d'un objectif indépendant est un problème difficile, appelé en automatique découplage des sorties.

Un exemple en industries alimentaires est constitué par le procédé de cuisson des biscuits (Savoye *et al.* 1992), où la température et l'humidité de l'air dans différentes phases de cuisson (sections du four), ainsi que le temps de traitement (vitesse de la bande), jouent tous ensemble sur plusieurs paramètres de qualité des biscuits, comme la couleur, la texture et les déformations mécaniques. Il n'y a pas de moyen simple pour déterminer un réglage du four, pour produire des biscuits avec les propriétés désirées.

1.6.1. Commande monovariable multiple

La solution la plus simple et la plus répandue, est d'ignorer les couplages internes du procédé multivariable. Pour chaque sortie on choisit une entrée de commande, et on utilise un régulateur monovariable pour former une boucle de commande. Les variables faisant parties des autres boucles sont vues comme des perturbations. Comme la plupart des régulateurs monovariables (PI par exemple) ont la capacité d'assurer une erreur statique nulle, la méthode donne de bons résultats si le procédé fonctionne essentiellement en régime stabilisé.

Le choix des paires entrée - sortie peut être très difficile pour un système complexe, et implique la connaissance détaillée du procédé. Ricker et Lee (1995) discutent sur un exemple complexe différentes alternatives envisageables, ainsi que les critères du choix final (basé en grande partie sur des essais pratiques), pour un procédé pétrochimique. Sur les 23 sorties mesurables, ils choisissent 6 pour construire des boucles de réglage principales (directement liées aux objectifs de la production). Il existe aussi des boucles internes, en cascade, ainsi que 4 boucles secondaires. Ce choix n'est pas unique et implique de nombreux compromis. Il n'y a apparemment pas de choix capable d'assurer un fonctionnement satisfaisant dans tous les 6 régimes possibles de l'installation.

1.6.2. Commande multivariable

De nombreuses méthodes, linéaires ou non, permettent de traiter le procédé multivariable dans sa globalité, de compenser dans la mesure du possible les couplages internes, ainsi que de spécifier de façon indépendante les performances dynamiques de chaque boucle. Schonauer et Moreira (1995) analysent un procédé d'extrusion des produits alimentaires, avec 2 sorties et 3 entrées de commande.

Une difficulté potentielle est d'utiliser au mieux des degrés de liberté disponibles, si le nombre d'entrées est supérieur au nombre de sorties contrôlées, ou de gérer au mieux un problème insoluble, dans la situation inverse. Dans le cas cité, l'utilisation du débit de produit comme entrée de commande pour compenser des perturbations rapides s'avère indésirable. La formulation prédictive permet aux auteurs de régler le problème par simple augmentation du poids sur les variations de cette variable. D'autres méthodes ont beaucoup plus de mal à gérer de telles situations.

Il peut s'avérer avantageux de n'utiliser certains degrés de liberté (dont la manipulation est plus lente ou plus coûteuse) qu'en cas de besoin, si les autres ne suffisent plus, à cause des contraintes ou du fonctionnement dégradé de l'installation. La commande prédictive (Richalet 1993) permet de prévoir cette situation de manière systématique, en introduisant des "valeurs idéales par défaut" pour les variables temporairement inactives. Leur activation découle naturellement du processus d'optimisation.

1.7. Estimation en ligne de l'état et des paramètres du procédé

L'estimation en ligne (d'une partie) de l'état et de certains paramètres du procédé est une nécessité dans de nombreuses applications de commande en industrie alimentaire, compte tenu du manque et de l'imprécision des capteurs, ainsi que de la complexité des phénomènes mis en jeu, de leur connaissance partielle, et de la variabilité des produits vivants.

1.7.1. Le problème des capteurs en IAA

Dans les industries alimentaires, les capteurs posent des difficultés majeures (Trystram et Courtois 1994; Trystram et Dumoulin 1990). Ceci est dû aux exigences du milieu dans lequel ils doivent travailler (contact avec les produits alimentaires) mais surtout aux variables physiques qu'ils sont censés mesurer : concentration moléculaire dans un gaz ou dans un liquide, couleur, concentration de biomasse, valeur stérilisatrice, etc. Pour les grandeurs liées à l'appréciation subjective, comme l'arôme, le goût ou la texture, il est difficile de donner une définition précise en termes de composition chimique et de propriétés physiques mesurables.

Certaines mesures sont longues et coûteuses, donc non utilisables pour la commande en ligne. Dans le cas des bioprocédés, il n'existe pas de capteurs fiables pour la biomasse et le substrat, et leur estimation est un problème central (Bastin et Dochain 1990). Cheruy et Flaus (1994) passent en revue les approches possibles, en fonction de la connaissance disponible sur le procédé. Latrille (1994) étudie l'estimation de la biomasse, du lactose du galactose et de l'acétaldéhyde, dans le cas d'une fermentation lactique, à partir des mesures plus simples et plus fiables de température, pH et de conductivité thermique. Van Impe (1995) discute différentes classes de modèles des bioprocédés, du point de vue de l'optimisation de leur trajectoires d'état, et arrive à la conclusion que les lois cinétiques de croissance (ex. loi de Monod) ne sont pas satisfaisantes pour le but proposé, et une estimation en ligne serait plus appropriée. Acuna (1995) donne un exemple où la quantité initiale de biomasse est inconnue au début de fermentation du yaourt, et doit être estimée en ligne pour assurer une bonne

qualité du produit. Il constate que le modèle non linéaire considéré (réseau de neurones récurrent) agit comme un estimateur non linéaire, sans fournir une explication détaillée de ce fait.

Dans le cas de la déshydratation et de la formulation par immersion en solutions concentrées, les mesures qui peuvent être réalisées convenablement, sans interrompre le déroulement du traitement, concernent la solution aqueuse, tandis que les contraintes de qualité concernent les produits immergés (Trelea *et al.* 1997d).

Les données pour calculer directement la valeur stérilisatrice à l'intérieur des boîtes de conserves ne sont pas accessibles. Un modèle dynamique du transfert de chaleur est nécessaire pour accéder à la valeur stérilisatrice, et éventuellement la prédire (Beyer *et al.* 1986).

1.7.2. Estimateurs d'état et de paramètres pour systèmes linéaires

Dans la théorie des systèmes linéaires, il existe une distinction claire entre l'estimation de l'état et l'identification des paramètres en temps réel.

L'observabilité de l'état d'un système linéaire dépend uniquement de la structure du système, et non pas des entrées appliquées, et peut être analysée à l'avance. L'estimateur d'état classique de Luenberger (1971) utilise un modèle du procédé, dont l'évolution est corrigée en fonction de l'écart constaté entre les sorties prédites et les sorties mesurées. Le filtre de Kalman (1961) est un estimateur de Luenberger particulier, qui minimise la variance de l'état estimé sous certaines hypothèses statistiques. Le plus souvent, les matrices de covariance des perturbations sont vues comme des paramètres de réglage, sans liaison directe avec les perturbations qui affectent réellement le procédé (Maciejowsky 1989).

L'identifiabilité des paramètres dépend non seulement de la structure choisie pour le modèle, mais aussi des signaux appliqués (persistance de l'excitation). La mise en œuvre des estimateurs de paramètres en temps réel (Ljung 1987) est beaucoup plus délicate que celle des observateurs d'état, car typiquement une bonne régulation implique une mauvaise excitation du procédé.

1.7.3. Estimateurs d'état et de paramètres pour systèmes non linéaires

Dans le cas des procédés non linéaires, il n'existe pas de distinction aussi nette entre les états et les paramètres. Les paramètres qui peuvent être vus comme des états "lentement" variables, et les deux problèmes d'estimation sont souvent traités de manière uniforme.

L'observabilité de l'état (ainsi que l'identifiabilité des paramètres) dépend de la structure du modèle, des entrées appliquées et de l'état lui-même, et peut difficilement être analysée à l'avance. L'observateur de Luenberger étendu et le filtre de Kalman étendu font appel à des modèles linéarisés localement (Lee et Ricker 1994; Yu *et al.* 1994). Le réglage est plus difficile (car il dépend de l'état courant), surtout pour les procédés discontinus et semi continus, qui n'ont pas de point de fonctionnement.

Une perspective intéressante est offerte par les estimateurs basés sur la minimisation numérique d'un critère d'erreur entre les prédictions du modèle et les mesures disponibles (Moraal et Grizzle 1992; Moraal et Grizzle 1995; Zimmer 1993). Ils sont purement non linéaires, applicables à une large classe de procédés et relativement faciles à régler. Boillereaux (1996) montre qu'un tel estimateur peut fournir un indice d'observabilité numérique et un majorant de l'erreur d'estimation pour chaque variable estimée, ce qui est un

avantage considérable. Le principal inconvénient est le temps de calcul relativement long, ce qui limite l'applicabilité aux procédés lents.

1.7.4. Mesures indirectes

A la différence des "vrais" estimateurs, les techniques de mesure indirecte n'utilisent pas de comparaison entre les prédictions d'un modèle et les variables effectivement mesurées (Cheruy et Flaus 1994). Dans le cas statique, il s'agit d'une simple corrélation entre les variables directement mesurables et les variables estimées. Dans le cas dynamique, le modèle est simulé en parallèle avec le procédé, ce qui permet de déduire les variables non mesurables.

En pratique, l'état d'un procédé peut être partiellement observable. La "vraie" estimation (en boucle fermée) des états observables coexiste avec la mesure indirecte (simulation en boucle ouverte) des états non observables. Yu *et al.* (1994) décrivent une telle situation pour une colonne à distiller et montrent comment l'introduction des capteurs supplémentaires accélère la convergence des estimations et élimine les biais. Lee et Datta (1994) discutent un procédé de délignification, où le degré de délignification n'est pas mesurable en ligne, sa valeur initiale est inconnue, mais il représente le paramètre essentiel du procédé. En particulier, le critère d'arrêt est entièrement basé là-dessus. Pour son estimation en ligne, les auteurs utilisent un filtre de Kalman étendu, et montrent clairement comment la présence des différentes mesures influence l'observabilité, et par conséquent la qualité de l'estimation (vitesse de convergence, biais). Pour le procédé considéré, les capteurs existants s'avèrent insuffisants si l'on cherche à estimer simultanément certains paramètres.

Il existe cependant des cas où l'absence des mesures (la non satisfaction des conditions d'observabilité) fait que la mesure indirecte reste la seule méthode applicable. Un cas typique est présenté dans le chapitre 4, où la qualité amidonnaire du maïs n'est pas mesurée en ligne, et n'a pas d'influence sur les autres mesures disponibles (non observabilité structurelle).

1.8. Information incomplète et incertitudes

1.8.1. Incertitudes en IAA

Les procédés alimentaires travaillent avec des produits vivants, dont la composition et les propriétés sont complexes et surtout variables selon les variétés, l'origine, les années, etc. De nombreuses tentatives d'appliquer les méthodes de l'automatique classique en génie des procédés alimentaires se heurtent au manque de connaissance et à l'imprécision des modèles (Trystram et Dumoulin 1990).

1.8.2. Compromis performances - robustesse

Dans une forme simple et générale, le classique compromis performances - robustesse peut s'énoncer de la façon suivante : "Plus il faut aller vite et arriver précisément à l'endroit proposé, plus il faut être sûr de ses connaissances sur le procédé à commander". Inversement, moins les connaissances sont fiables, plus il faut prendre de précautions, notamment laisser le temps au retour de sortie de compenser l'éventuel décalage entre les hypothèses de départ (modèle) et la réalité (mesures).

C'est une propriété très générale, et la prise en compte explicite des incertitudes ne permet pas de la transgresser, mais de la quantifier, et d'indiquer clairement quelles performances sont susceptibles d'être réalisées avec un niveau de connaissance donné sur le procédé. Une approche empirique consiste à utiliser un réglage "mou" du régulateur (par

exemple gain faible et temps intégral long pour un régulateur PI), mais souvent cela revient à sacrifier inutilement les performances.

1.8.3. Traitement de l'incertitude en automatique linéaire

L'une des premières idées pour aborder les systèmes mal connus a été la commande adaptative. Dans la commande adaptative indirecte, on espère trouver en temps réel une représentation plus adéquate du procédé, que celle qu'on pourrait avoir par une approche hors ligne, et en déduire un régulateur plus performant. Dans la version directe, on cherche les réglages du régulateur, sans passer explicitement par un modèle.

L'expression analytique des incertitudes peut être paramétrique ou non. La méthode classique du lieu des racines, s'arrange pour voir le paramètre incertain à analyser (un seul à la fois) comme un gain. Le travail de Genceli et Nikolaou (1993) donne des résultats sur la robustesse des performances face à des incertitudes sur la réponse indicielle du procédé. Dans le domaine fréquentiel, le théorème de faible gain permet d'exprimer des conditions de stabilité robuste, par exemple dans le cadre de la théorie H_∞ (Francis 1987).

Les applications industrielles sont relativement rares. Webb *et al.* (1995) décrivent un réacteur chimique non linéaire, comme un système linéaire avec des incertitudes non paramétriques sur la réponse fréquentielle, estimées à partir des expériences autour des différents points de fonctionnement. Les essais confirment le réglage du régulateur obtenu à partir des incertitudes.

1.8.4. Expressions non linéaires de l'incertitude

La tendance à approximer un système non linéaire (bien connu ou non) par un système linéaire incertain, conduit à un réglage mou du régulateur, compatible avec le pire des cas, comme dans l'exemple cité (Webb *et al.* 1995). Il est plus avantageux de restreindre l'incertitude au minimum réel (connaissance effectivement manquante) et de conserver l'information sur les non linéarités du procédé.

Le plus souvent, les incertitudes sont vues comme des perturbations (Li et Biegler 1990; Sistu et Bequette 1991). Dans le cas de la commande prédictive non linéaire à objectif économique, Forbes et Marlin (1994) discutent les conditions dans lesquelles la commande optimale trouvée en utilisant le modèle est aussi optimale du point de vue du procédé réel. D'autres travaux utilisent des concepts de l'intelligence artificielle pour exprimer l'incertitude, tels que la logique floue (Perrot *et al.* 1996a; Zhang et Litchfield 1993; Davidson et Smith 1995), les bases de règles (Peng et Jang 1994), les systèmes experts (Ling et Dexter 1994), aussi bien que des concepts plus classiques de la théorie des probabilités (Perrot *et al.* 1996b). Certains concepts récemment développés, comme la théorie des possibilités, la théorie Dempster - Shafer, ou l'arithmétique des intervalles, sont pour l'instant peu utilisés en génie de procédés.

Il serait avantageux, à notre avis, de pouvoir introduire les incertitudes dans la description du procédé et dans la spécification des objectifs de commande, de manière uniforme. Une voie possible dans cette direction est proposée dans chapitre 6, dans le cadre de la commande prédictive.

1.9. Particularités dynamiques des procédés alimentaires

1.9.1. Dynamique stable et bien amortie

Les difficultés de la commande des procédés alimentaires viennent rarement d'une dynamique "difficile" au sens de l'automatique classique. Il n'y a pratiquement pas de comportements instables ou résonnants en boucle ouverte. Les régulateurs calculés avec des méthodes de commande avancée, comme LQG, IMC (linéaire ou non), H_∞ , ou la commande géométrique non linéaire, ont tendance à inverser simplement la dynamique du procédé, pour la remplacer par la dynamique qui résulte directement des performances spécifiées. Ce n'est pas forcément une bonne chose, ni pour la robustesse, ni pour la sollicitation des actionneurs. Si le procédé est approximé par un modèle linéaire monovarié d'ordre réduit (ce qui est très souvent le cas), le régulateur a finalement la même structure qu'un PID, même si les paramètres de réglage sont différents.

Le vrai apport de l'automatique avancée devrait se situer, à notre avis, dans une prise en compte avantageuse des objectifs réels de la commande, tels que l'optimisation économique, des contraintes, des incertitudes et des non linéarités.

1.9.2. Dynamique lente

La grande majorité des procédés alimentaires, comme la cuisson, la fermentation, le séchage, la stérilisation, la réfrigération, la microfiltration, la déshydratation par immersion, etc. sont relativement lents, avec des temps de réponse allant de quelques minutes à plusieurs heures. Il existe aussi des exceptions, telle la stérilisation UHT, et de manière générale les transferts en phase gazeuse.

Plusieurs auteurs, par exemple Morari (1994), ont remarqué ces dernières années que les ordinateurs modernes étaient sous utilisés dans la commande des procédés. Vidysagar pose explicitement la question (Blondel *et al.* 1995): "Jusqu'ici, le développement des lois de commande a été basé sur le fait qu'une loi de commande linéaire et invariante dans le temps était plus facile à mettre en oeuvre que toute autre. Que se passe-t-il si cette hypothèse fondamentale est remise en cause?". Compte tenu des progrès rapides de la microinformatique et de la baisse des coûts des équipements de calcul, la possibilité d'avoir des périodes d'échantillonnage longues, de l'ordre de la minute ou plus, peut être exploitée pour réaliser des lois de commande complexes, comme celles décrites dans notre travail.

1.10. Conclusions

La présente étude bibliographique analyse, d'une part, les problèmes posés par la commande des procédés alimentaires, et d'autre part, les réponses apportées par les différentes méthodes de l'automatique.

La commande prédictive nous apparaît la plus adaptée aux problèmes que nous nous proposons de résoudre. C'est la seule technique permettant, dans sa formulation la plus générale, de spécifier directement et sous une forme intuitive les objectifs ultimes de la commande, comme l'optimisation économique, tout en tenant compte de la dynamique du procédé. Ceci est surtout important pour les procédés discontinus, qui fonctionnent uniquement en régime transitoire. C'est aussi la seule technique permettant d'introduire explicitement les contraintes dans la formulation du problème de commande. Elle est relativement indépendante par rapport à la description du procédé, ce qui permet d'utiliser librement tout type de modèle disponible, y compris des modèles incertains. Le module de

commande peut être couplé à un estimateur d'état et/ou de paramètres. C'est enfin une méthode entièrement non linéaire et multivariable.

Les possibilités mentionnées ne sont utilisées que partiellement dans les applications décrites dans la littérature. Notre travail propose un cadre cohérent pour formuler et résoudre une classe générale de problèmes de commande rencontrés en industries alimentaires, très proche de la façon dont ces problèmes apparaissent en pratique.

La présence simultanée de tous les éléments mentionnés n'est pas obligatoire, mais possible, comme le montrent les applications présentées. Une loi de commande très générale demande des calculs complexes en ligne, et ne peut s'appliquer qu'au procédé relativement lent, mais c'est le plus souvent le cas en alimentaire.

2. Algorithme de commande prédictive optimale sous contraintes

2.1. Introduction

L'étude bibliographique présentée dans le chapitre précédent a permis de conclure que, du point de vue de nos objectifs, la technique la plus appropriée pour la commande avancée des procédés alimentaires, et surtout des procédés discontinus, est la commande prédictive. Ce chapitre propose une version très générale de l'algorithme de commande prédictive, qui permet d'aborder dans un cadre unitaire un grand nombre des problèmes difficiles de l'automatique :

- La détermination d'une trajectoire optimale du point de vue économique, en tenant compte de la dynamique du procédé, des contraintes et de l'état courant ;
- La description non linéaire, multivariable et éventuellement incertaine du procédé, en temps continu ou échantillonné, par modèle de connaissance ou de représentation, en variables d'état ou entrée sortie ;
- L'estimation simultanée de certains états et paramètres, à partir d'un nombre variable de mesures par période d'échantillonnage, acquises avec des retards variables.

La commande prédictive a fait ses preuves en ce qui concerne l'acceptation dans l'industrie. Les performances désirées sont spécifiées dans le domaine temporel, en terme des variables du procédé. Les prédictions explicites permettent aux opérateurs de comprendre et d'évaluer en temps réel les actions de la commande automatique, leurs effets à long terme, et d'intervenir en cas de nécessité.

Notre algorithme de commande comporte plusieurs composantes relativement indépendantes, qui peuvent être intégrées ou non dans une application donnée, selon les nécessités, et même conçues selon des techniques différentes. La seule contrainte est la compatibilité des modules au niveau de la spécification fonctionnelle.

2.2. Structure de la commande

Cette section présente le rôle des modules qui composent l'algorithme de commande proposé, ainsi que les interactions entre les modules. La réalisation pratique de chaque module dépend des nécessités de l'application concrète.

2.2.1. Schéma bloc

La figure 2.1 donne le schéma bloc du système de commande automatique proposé, en détaillant sa structure interne. Dans cette figure, P représente le procédé physique à piloter, dont on observe les effets produits y (sorties), en fonction des commandes u appliquées et des influences inconnues p (perturbations). Le bloc de commande est un système artificiel, construit pour agir sur le procédé de manière à satisfaire dans la mesure du possible les objectifs de l'utilisateur.

Le bloc de commande comporte un modèle interne M , qui constitue sa représentation de la réalité (inconnue) définie par le procédé physique P et les perturbations p . Ses actions sont basées sur cette représentation. Les modules d'estimation améliorent le modèle au fil du temps, en utilisant l'information contenue dans les mesures acquises. Les modules de commande utilisent le modèle pour trouver la meilleure façon d'agir sur le procédé réel, dans une perspective à long terme, ce qui signifie l'utilisation du modèle en prédiction.

Pour simplifier la conception, l'analyse et la mise au point du système de commande, les objectifs de l'utilisateur sont séparés en deux catégories, l'une concernant la commande proprement dite et l'autre l'estimation des variables inconnues. En toute rigueur, cette séparation réduit la généralité de la méthode, sauf si on fait des hypothèses très fortes sur le procédé (linéarité) et sur les critères de qualité de réglage (ex. critère quadratique, et absence

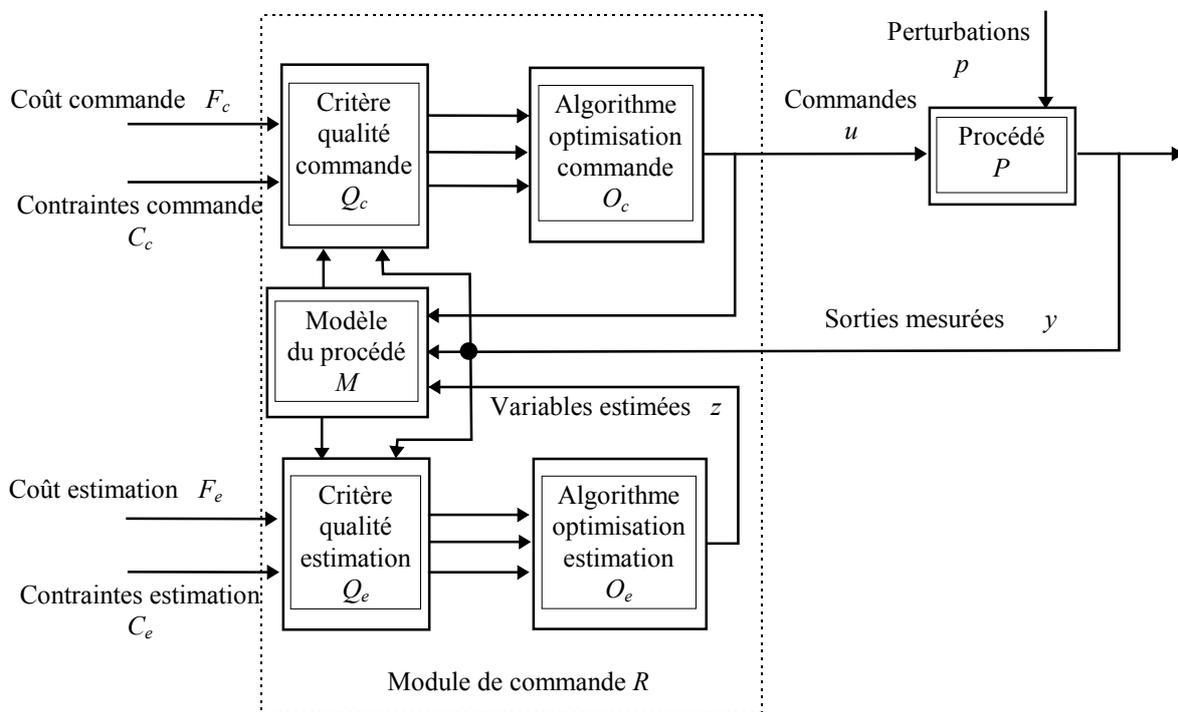


Figure 2.1. Schéma bloc de la commande prédictive optimale sous contraintes, avec estimateur d'état, de paramètres et/ou de perturbations.

de contraintes).

L'interaction entre l'estimation et la commande est loin d'être complètement élucidée pour les systèmes non linéaires. La séparation proposée (modélisation, estimation, commande) permet de mettre à profit la compréhension physique, intuitive, et l'expérience du procédé. Le problème général est décomposé en sous problèmes plus simples, en liaison directe avec la réalité physique, et donc plus faciles à maîtriser.

L'utilisateur exprime ses désirs sur le fonctionnement du système de commande à travers la fonctionnelle de coût F_c et les contraintes C_c . Cette formulation a été jugée intuitive et proche du mode de raisonnement des humains, et en même temps assez générale pour s'adapter à une large classe de problèmes pratiques. Le coût F_c exprime le degré de satisfaction obtenu par une stratégie de commande donnée, tandis que les contraintes C_c

délimitent l'ensemble des commandes acceptables, dans le sens de leur effet à long terme sur le procédé P (d'où l'intérêt d'une formulation prédictive).

Le critère de qualité de la commande Q_c , synthétise l'information contenue dans le coût et les contraintes en un seul nombre, qui permet toujours de choisir entre deux stratégies de commande, dont aucune n'est optimale au sens strict, par exemple si certaines contraintes sont violées dans un cas, et d'autres dans l'autre. En effet, la recherche d'un optimum d'une fonctionnelle complexe, et surtout sous contraintes, est en pratique toujours itérative. Les stratégies testées en cours de route ne sont pas optimales, mais on doit être capable de mesurer le progrès vers l'optimum. Il se peut aussi que des solutions optimales n'existent pas, ou qu'on soit incapable de les trouver en temps réel. Le critère de qualité permet dans ce cas de déterminer le meilleur compromis.

Il faut souligner que tous les algorithmes d'optimisation sous contraintes incluent un analogue de notre critère de qualité ("merit function"). Notre expérience montre qu'il est essentiel d'avoir un critère de qualité adapté au problème de commande, formulé explicitement par l'utilisateur. Dans le cas contraire il existe un danger réel de se retrouver avec des commandes complètement inacceptables.

L'algorithme d'optimisation de la commande O_c cherche la commande optimale à appliquer au procédé P , dans le sens du coût F_c et des contraintes C_c . La recherche est renouvelée périodiquement, au fur et à mesure que des nouvelles informations deviennent disponibles, en particulier sur les effets des perturbations p , à travers les variables mesurables y . L'algorithme d'optimisation doit en général être capable d'opérer sur des fonctions du temps, pour rendre compte de la nature dynamique du procédé. Il doit aussi anticiper (grâce au modèle interne M) les effets des commandes, afin de choisir la meilleure avant de l'appliquer.

Le principal but du sous ensemble d'estimation est d'améliorer la capacité prédictive du modèle. La fonction de coût de l'estimation F_e doit mesurer cette capacité (en se basant uniquement sur des informations recueillies dans le passé), tandis que les contraintes C_e sont vues essentiellement comme des gardes fous, pour le cas où l'information disponible serait insuffisante ou inconsistante. Il est également possible d'utiliser le sous système d'estimation pour la supervision ou le diagnostic.

Le critère de qualité des estimations Q_e permet de sélectionner les estimations les plus plausibles, en gérant le compromis entre les contraintes et la fonction de coût. La plupart des modèles permettent l'ajustement de l'état initial et de certains paramètres. Dans un tel cas l'algorithme d'optimisation O_e opère dans un espace de dimension finie. Avec un algorithme d'optimisation capable de travailler sur des fonctions, il est possible d'estimer des modèles non paramétriques, ou l'évolution dans le temps de certaines variables.

Dans les applications où l'estimation se réduit à l'introduction directe des mesures dans le modèle (par exemple celle du chapitre 4), les modules correspondants dans le schéma bloc n'apparaissent plus.

2.2.2. Fonctionnement temporel de l'algorithme de commande

La figure 2.2 présente le déroulement dans le temps des étapes de l'algorithme de commande. Les tâches présentées doivent être effectuées dans une période d'échantillonnage.

Le cycle commence par l'acquisition des mesures devenues disponibles depuis le dernier calcul de la commande. La capacité de gérer facilement un nombre variable de mesures par période d'échantillonnage est un avantage important de cette méthode. Les capteurs rapides peuvent fournir toute une série des mesures, tandis que les résultats des capteurs lents (par exemple analyses de laboratoire) ne sont disponibles que de temps en temps et avec retard. On peut aussi se dispenser des mesures des éventuels capteurs tombés en panne.

Le modèle du procédé est simulé sur un certain horizon passé (horizon d'estimation) et les simulations comparées aux mesures disponibles (Boillereaux et Flaus 1995a), dans le sens précisé par la fonction de coût pour l'estimation. L'algorithme d'optimisation modifie les

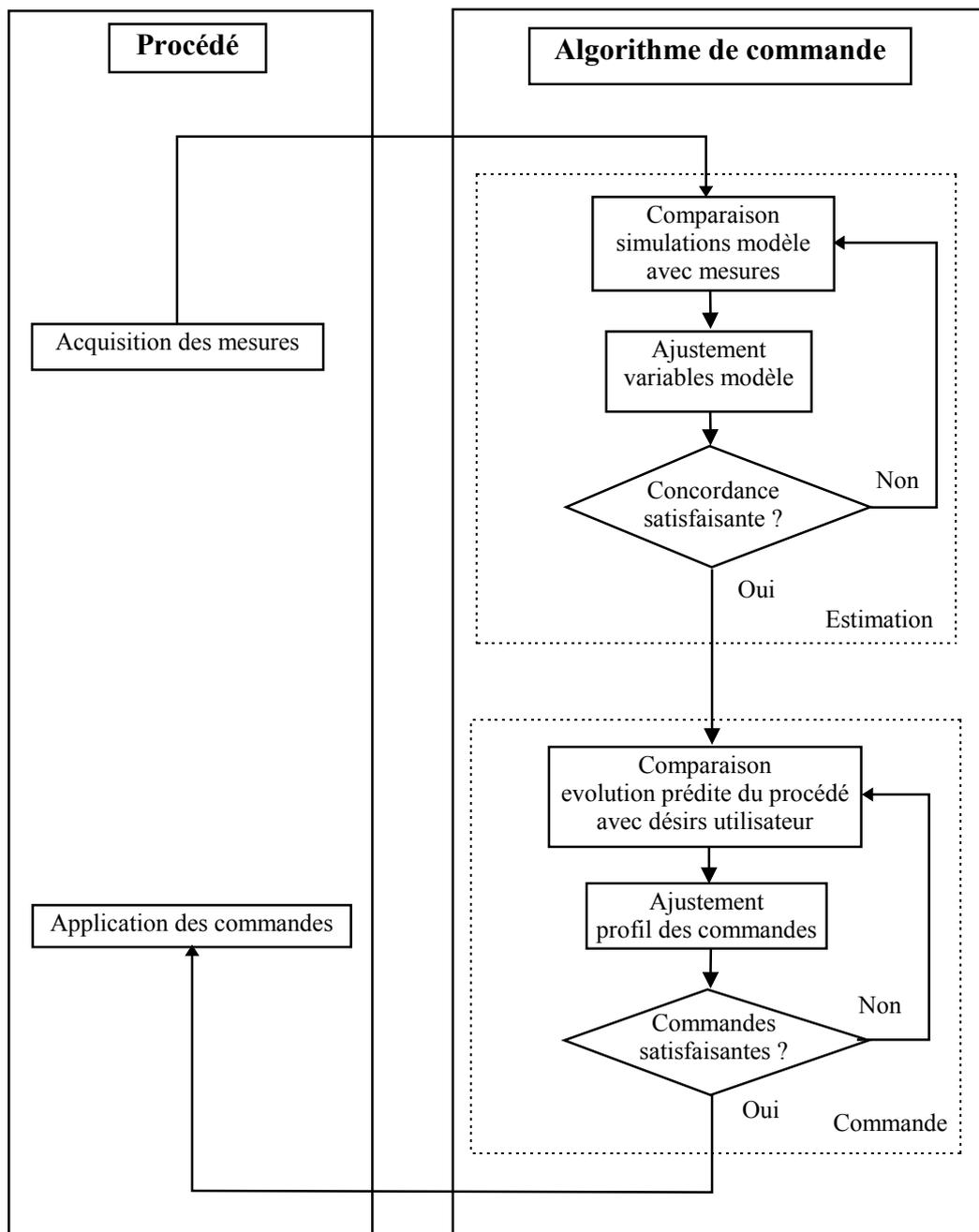


Figure 2.2. Déroulement dans le temps des étapes de l'algorithme de commande prédictif, avec estimation de certaines variables non mesurables.

variables ajustables (estimées) du modèle, afin de réduire la fonction de coût, ce qui aboutit à une meilleure concordance entre les mesures et les simulations, et donc normalement à des meilleures prédictions.

Le processus itératif d'estimation est arrêté quand l'optimum est atteint, ou quand le temps réservé à l'estimation est écoulé. Dans ce cas, la meilleure estimation obtenue en cours de route est retenue.

Le modèle interne du procédé (mis à jour) est simulé sur un horizon futur (horizon de prédiction), et les simulations comparées aux désirs de l'utilisateur, au sens de la fonction de coût pour la commande. L'algorithme d'optimisation modifie la commande future pour diminuer la fonction de coût, tout en assurant le respect des contraintes. Le processus itératif est arrêté quand l'optimum est atteint, ou quand le temps réservé à l'optimisation est écoulé. Dans ce cas, la meilleure commande obtenue en cours de route est retenue.

La commande calculée est appliquée au procédé jusqu'à la prochaine mise à jour. Si elle est variable dans le temps, il faut assurer un échantillonnage plus rapide au niveau des actionneurs.

2.2.3. Intégration de la commande prédictive dans une structure hiérarchisée

Les calculs étant relativement complexes, du moins dans le cas général, il se peut que la période d'échantillonnage devienne trop longue pour un bon fonctionnement du procédé. Le tableau 2.1 compare plusieurs cas possibles, suivant le niveau auquel agit la commande prédictive.

La commande directe des actionneurs demande un échantillonnage rapide, et la modélisation des éventuelles non linéarités des actionneurs. L'action au niveau des consignes des variables de commande utilise des régulateurs monovariables (PI) de niveau inférieur pour gérer les actionneurs. En cas de défaillance, ces consignes deviennent disponibles pour un réglage alternatif, par exemple manuel. C'est la stratégie adoptée dans les applications présentées dans les chapitres 4 et 5.

L'action au niveau de supervision est particulièrement adaptée pour la commande des procédés instables en boucle ouverte. Le régulateur de niveau inférieur (éventuellement multivariable) se charge de stabiliser le procédé, sans trop se soucier des performances, qui seront assurées par la commande prédictive. Le modèle interne manipulé par la commande prédictive apparaît stable, ce qui permet des prédictions à long terme.

Niveau	Modèle interne	Echantillonnage	Horizon prédiction	Fiabilité
Actionneurs	Procédé + actionneurs	Rapide	Court	Réduite
Consignes commande	Procédé	Moyen	Long	Bonne
Supervision	Procédé + régulateur de niveau inférieur	Lent	Long	Très bonne

Tableau 2.1. Positions possibles du régulateur prédictif dans une structure hiérarchisée.

Norme	Propriétés
1 (somme des valeurs absolues)	Pénalise de manière proportionnelle des grands et des petits écarts
2 (quadratique)	Pénalise plus fortement les grands écarts
∞ (la plus grande valeur absolue)	Tient compte du plus grand écart uniquement
1 ... ∞ (intermédiaire)	Non utilisée dans les applications

Tableau 2.2. Utilisation des différentes types de normes des écarts entre les sorties prédites du procédé et les consignes.

2.3. Choix des éléments constitutifs de l'algorithme de commande

Après avoir présenté la structure et le fonctionnement d'ensemble de l'algorithme proposé, nous examinons en détail ses composants, du point de vue de leur performances et des options possibles pour la mise en oeuvre.

2.3.1. Fonction de coût et contraintes pour le calcul de la commande

La fonction de coût et les contraintes traduisent en langage mathématique les désirs de l'utilisateur sur le comportement du système de commande. Le succès final du projet d'automatisation dépend entièrement de la formulation judicieuse des objectifs, qui doit en plus permettre une recherche numérique efficace de l'optimum.

2.3.1.1. Norme de l'écart à la consigne

Pour la commande des procédés continus, l'écrasante majorité des auteurs prennent comme fonction de coût une norme de l'écart entre les sorties du procédé et des consignes supposées connues. Le but principal d'une telle approche n'est pas l'optimisation économique, mais d'assurer certaines performances dynamiques.

Les normes présentées dans le tableau 2.2 permettent de pénaliser de différentes manières les écarts par rapport au consignes, selon les besoins de l'application. Du point de vue temporel, les normes peuvent être définies en temps continu (intégrales et opérateur supremum) ou échantillonné (sommées et opérateur maximum).

2.3.1.2. Lissage de la commande

L'utilisation directe de la fonction de coût présentée dans le paragraphe précédent peut conduire à des commandes agressives, très sensibles aux perturbations, aux bruits de mesure et aux défauts de modélisation, ou irréalisables. Différentes approches sont présentées dans la littérature (tableau 2.3) pour pallier à ces déficiences, qui sont liées : Un réglage plus "mou", destiné à éliminer l'un des problèmes, résout le plus souvent les autres.

2.3.1.3. Coût économique

Nous incluons dans cette catégorie toutes les fonctions de coût qui ne supposent pas la connaissance a priori des trajectoires à suivre, mais qui permettent de les déterminer comme le résultat d'une optimisation sous contraintes. Les objectifs spécifiés sont plus proches des désirs de l'utilisateur final : Améliorer la qualité des produits, augmenter la quantité de produit fini par unité de temps, réduire la consommation des matières premières et d'énergie, etc.

L'optimisation économique est avantageuse pour les procédés continus sujets à des perturbations significatives et imprévisibles, qui empêchent de déterminer à l'avance les consignes optimales, mais surtout pour procédés discontinus, où l'influence des conditions initiales est considérable.

La fonction de coût doit aussi contenir les éléments de réglage permettant d'ajuster la réponse dynamique face aux perturbations, de maintenir le procédé dans sa zone normale de fonctionnement, et d'éviter les situations dangereuses, tout en tolérant certaines imperfections du modèle. En principe, tout comportement indésirable devrait être reproduit par le modèle et se refléter dans une augmentation du coût économique. En pratique, les contraintes permettent d'exprimer plus facilement ce que la commande prédictive n'a pas le droit de faire.

2.3.2. Critère de qualité de la commande

La fonction de coût de la commande et les contraintes caractérisent la meilleure commande à appliquer au procédé. Le critère de qualité est destiné à gérer les situations non idéales : Comparer deux trajectoires de commande dont aucune n'est optimale, caractériser le

Méthode	Action sur le procédé	Sensibilité aux perturbations et aux erreurs de modélisation	Admissibilité commande	Exemple
Dérivée de la commande dans la fonction de coût	Adoucie	Diminuée	Non garantie	(Lee et Park 1994)
Contraintes sur la commande et/ou sur sa dérivée	Adoucie	Parfois diminuée	Garantie	(Bequette 1991)
Trajectoire de ralliement à la consigne	Adoucie	Diminuée	Non garantie	(Richalet 1991)
Augmentation de l'horizon de prédiction et/ou de commande	Parfois adoucie	Parfois diminuée	Non garantie	(Clarke <i>et al.</i> 1987b)

Tableau 2.3. Méthodes pour adoucir la commande appliquée au procédé, diminuer la sensibilité par rapport aux perturbations et aux erreurs de modélisation, et assurer le calcul des commandes admissibles.

Pénalisation des contraintes violées	Facteur de pénalisation	Optimum du critère de qualité	Propriétés du critère de qualité autour de l'optimum	Exemple
Linéaire (somme)	Modéré	Exact	Continu, non dérivable	Annexe 1
Quadratique	Modéré	Approximatif	Continu, dérivable 1 fois	Annexe 2
Maximum	Modéré	Exact	Continu, non dérivable	Annexe 3

Tableau 2.4. Construction du critère de qualité de la commande par pénalisation des contraintes violées dans la fonction de coût. La fonction de coût et les contraintes, prises séparément, sont supposées continues et deux fois dérivables. Le facteur de pénalisation est limité pour des raisons numériques.

progrès vers l'optimum, éviter la divergence de l'optimisation, éviter les situations de blocage, par exemple si les contraintes sont incompatibles.

Le critère de qualité est construit en combinant la fonction de coût et les contraintes. Typiquement, il s'agit de pénaliser la non satisfaction des contraintes, de façon à assurer leur priorité par rapport à la fonction de coût, mais aussi en tenant compte de leur importance relative. L'expression des contraintes peut être adaptée facilement, car c'est leur signe uniquement qui est déterminé par le problème initial.

Un minimum du critère de qualité doit être aussi une solution optimale du problème de commande initial (avec contraintes). Quelques cas d'intérêt pratique sont résumés dans le tableau 2.4 (Fletcher 1987). La dérivabilité a une influence décisive sur le choix de l'algorithme numérique d'optimisation.

Gill *et al.* (1981) donnent une série de méthodes pour construire des critères de qualité dérivables (deux fois ou plus), dont les minima coïncident avec les minima du problème sous contraintes initial. La principale limite de ces méthodes est la nécessité de connaître (précisément) les multiplicateurs de Lagrange (les sensibilités relatives de la fonction de coût par rapport aux contraintes), qui ne sont définis qu'au point optimal. Leurs estimation au cours de l'optimisation est en général peu sûre.

2.3.3. Algorithme d'optimisation pour la commande

L'un des principaux avantages de notre approche sur les méthodes de l'automatique traditionnelle, est que l'utilisateur a une totale liberté dans le choix de ses objectifs. Il n'indique pas la façon de calculer la commande, mais les propriétés qu'il désire pour le système en boucle fermée. Toute la difficulté de trouver une commande convenable repose sur l'algorithme d'optimisation. Le choix d'une méthode numérique bien adaptée est essentiel pour une application réussie.

2.3.3.1. Propriétés désirables pour l'algorithme d'optimisation

Le tableau 2.5 synthétise notre expérience en ce qui concerne le comportement d'une "bonne" méthode d'optimisation numérique, utilisée pour le calcul en ligne de la meilleure commande à appliquer au procédé. Il apparaît que les exigences ne sont pas tout à fait les mêmes que celles habituellement formulées dans la littérature sur l'optimisation numérique.

Propriété	Commentaires
Rapidité des calculs	Une optimisation trop lente n'est d'aucune utilité en boucle fermée. Il est surtout important d'avoir un temps de calcul <i>maximum garanti</i> .
Absence de risque de divergence	La meilleure solution testée est toujours retenue (et non pas la dernière examinée, par exemple) même en cas d'interruption des calculs avant la convergence. La solution retenue est au moins aussi bonne que celle de départ.
Contraintes prioritaires	Imposer des contraintes sur la <i>commande</i> , qui sont toujours satisfaites, même pendant la recherche itérative de l'optimum. Le plus souvent des bornes simples, en dehors desquelles le modèle n'est pas valide ou ne peut pas être simulé.
Progrès rapide vers un voisinage de l'optimum	Eviter en quelques itérations les zones des fortes violations des contraintes, même si le point de départ est relativement mauvais.
Généralité	Utiliser pour la commande tout modèle existant, ainsi que la fonction de coût et les contraintes les plus appropriées pour l'application.
Capacité d'utiliser l'information accumulée	Le problème d'optimisation change relativement peu d'une période d'échantillonnage à l'autre (par exemple ré utiliser la matrice des dérivées secondes).

Tableau 2.5. Propriétés favorables de l'algorithme d'optimisation pour le calcul de la commande.

Par exemple, une convergence super linéaire, qui permettrait de localiser l'optimum avec une grande précision, n'est pas essentielle, en raison de la précision limitée du modèle et des perturbations qui arrivent à tout instant. En revanche, un bon comportement loin de l'optimum est très important, mais la plupart des algorithmes classiques ne permettent pas de le garantir.

2.3.3.2. Optimisation avec et sans contraintes

Les contraintes font normalement partie de la définition du problème de commande. Il est possible d'optimiser directement le critère de qualité de la commande, sans gérer explicitement les contraintes. Le tableau 2.6 présente une comparaison des deux approches. Dans chaque groupe il y a une grande diversité des méthodes, et les aspects mentionnés ne sont que des tendances générales, obtenues à partir de notre propre expérience et la recherche bibliographique que nous avons menée (Shimizu et Satoshi 1994; Mayne *et al.* 1994; Scheglov 1993; Biegler et Cuthrell 1985; Grace 1994; Gill *et al.* 1981; Fletcher 1987; Cuthrell et Biegler 1987).

Les algorithmes d'optimisation sans contraintes sont en général plus robustes et plus

Avantages relatifs de la prise en compte explicite des contraintes	Avantages relatifs de l'optimisation directe du critère de qualité
Facilité de vérifier l'existence d'un optimum bien défini	Algorithmes numériques à comportement plus sûr, surtout loin de l'optimum
Utilisation des propriétés de dérivabilité de la fonction de coût et des contraintes	Mise en oeuvre plus simple

Tableau 2.6. Comparaison entre la prise en compte explicite des contraintes et l'optimisation directe du critère de qualité.

Avantages relatifs des méthodes numériques dynamiques de la trajectoire de commande	Avantages relatifs des méthodes numériques des paramètres par la dérivée de la trajectoire de commande
Nombre réduit d'évaluations de la fonction de coût pour la précision donnée de l'optimum	Applicabilité à une large classe de problèmes d'optimisation
Possibilité de découvrir des trajectoires attendues	Simplification plus large de l'espace diagnostic paramétrique

Tableau 2.8. Comparaison entre l'optimisation dynamique sans utilisation des dérivées de la fonction de coût et des contraintes par rapport aux variables à optimiser.

faciles à mettre en œuvre. Lors de l'optimisation directe du critère de qualité il est possible qu'un optimum (local ou global) n'existe pas, alors que le problème initial sous contraintes avait un optimum parfaitement défini (annexe 1). Il se peut aussi que les deux optima ne soient pas identiques (annexe 2), ou que les propriétés favorables de la fonction de coût et des contraintes, comme la dérivabilité par rapport aux variables à optimiser, soient perdues (annexes 1 et 3).

2.3.3.3. Optimisation statique et dynamique

Le problème d'optimisation d'un profil de commande dans le temps, tel qu'il a été posé dans la description de l'algorithme de commande, est du domaine de l'optimisation dynamique, dans un espace de dimension infinie (Duvivier 1988; Van Boxtel et Knol 1996; Van Impe *et al.* 1994). Il peut être transformé en un problème d'optimisation statique (ordinaire) à l'aide d'une paramétrisation des trajectoires des variables de commande (Trelea *et al.* 1997e; Trelea *et al.* 1997a), et éventuellement aussi des variables d'état (Cuthrell et Biegler 1987). Le tableau 2.7 présente les avantages relatifs des approches statique et dynamique.

L'optimisation dynamique nécessite des logiciels plus complexes, une connaissance approfondie de la théorie pour résoudre les éventuels problèmes numériques, et surtout des temps de calcul pouvant facilement atteindre quelques jours, pour des problèmes de complexité moyenne (de Trembley *et al.* 1992). L'optimisation statique ne permet en revanche de découvrir que les trajectoires de commande qui peuvent être exprimées par la paramétrisation choisie. Une paramétrisation très flexible peut demander un nombre prohibitif de variables à optimiser (Cuthrell et Biegler 1987), annulant l'avantage du temps de calcul, qui est essentiel pour une commande en boucle fermée.

Dans ce travail, nous avons privilégié la rapidité des calculs et la simplicité de mise en œuvre, choisissant l'optimisation statique des paramètres qui décrivent la trajectoire de commande (chapitres 4 et 5). La recherche dans le domaine de l'optimisation dynamique est active, et l'apparition des logiciels performants et faciles à utiliser changera probablement la situation actuelle.

2.3.3.4. Optimisation avec et sans utilisation des dérivées

Les méthodes numériques d'optimisation sont réputées être d'autant plus efficaces qu'elles utilisent des dérivées (de la fonction de coût et des contraintes par rapport aux variables à optimiser) d'ordre plus élevé (Gill *et al.* 1981). Si les dérivées sont difficiles à calculer, cet avantage peut être perdu. En revanche, les algorithmes qui n'utilisent pas les dérivées (Davis 1987; Nedler et Mead 1964; Schoen 1991; Corana *et al.* 1987) s'appliquent à une classe de problèmes beaucoup plus large et rencontrent beaucoup moins de difficultés numériques.

Le tableau 2.8 compare les deux classes de méthodes. Pour nos applications (chapitres 4 et 5), les essais effectués en simulation ont montré que l'utilisation des dérivées du premier ordre uniquement donne le meilleur compromis entre l'efficacité et la complexité de la mise en œuvre. En fait, la structure spéciale du problème d'optimisation décrit dans le chapitre 5 permet d'avoir facilement une approximation de la matrice des dérivées secondes (Moore 1977).

2.3.4. Fonction de coût et contraintes pour l'estimation

La fonction de coût pour l'estimation caractérise la capacité du modèle à expliquer les données observées, tandis que les contraintes permettent de s'assurer que les valeurs estimées sont compatibles avec les connaissances a priori sur le procédé.

2.3.4.1. Norme de l'écart entre simulations et mesures

Si le modèle est linéaire en les paramètres à estimer et les perturbations ont une distribution de probabilité normale, les valeurs des paramètres qui minimisent une norme quadratique de l'écart entre les simulations et les mesures, sont les plus vraisemblables (Eykhoff 1974). Même si le modèle est non linéaire et la nature des perturbations inconnue, il paraît logique de choisir les paramètres qui donnent la meilleure concordance avec la réalité.

Dans le chapitre 5 nous avons choisi la norme quadratique, à l'instar de la grande majorité des auteurs. La norme quadratique permet aussi l'utilisation d'un algorithme numérique performant (Moore 1977).

2.3.4.2. Oubli progressif des anciennes mesures

Si les grandeurs estimées sont censées être variables dans le temps (états), il convient de donner une importance plus réduite aux mesures recueillies dans un passé lointain : Leur pondération doit décroître avec le temps. Une décroissance lente, ainsi qu'un long horizon d'estimation, donnent des estimations qui varient peu d'une période d'échantillonnage à l'autre, mais réagissent lentement aux changements dans le procédé (Boillereaux et Flaus 1995b). Une décroissance rapide, ou un horizon court, réduisent l'effet de filtrage, avec l'avantage de suivre de près l'évolution des variables estimées, mais l'inconvénient de rendre les estimations très sensibles aux perturbations.

2.3.4.3. Précautions en cas d'information insuffisante ou inconsistante

Les dangers d'une estimation aberrante sont bien connus des praticiens de la commande adaptative. Dans le contexte de notre méthode, il existe un risque réel de compromettre la capacité prédictive du modèle.

Le tableau 2.9 résume les principaux problèmes et les solutions de secours en cas de comportement anormal de l'algorithme d'estimation. Le conditionnement des estimations trouvées est en général établi à partir de la matrice des dérivées secondes de la fonction de coût par rapport aux variables estimées, si elle est disponible.

Si les variables estimées ont un sens physique direct, le diagnostic des situations anormales, ainsi que le choix des contraintes et des valeurs par défaut est grandement facilité.

2.3.5. Critère de qualité pour l'estimation

Le critère de qualité de l'estimation quantifie le compromis entre la minimisation de la fonction de coût et le respect des contraintes, c'est à dire entre l'explication des mesures observées et le sens physique des estimations.

Incident	Diagnostic	Solutions		
Estimations suspectes ou aberrantes	En fonction du sens physique des variables estimées et de la connaissance du procédé	Geler l'estimation en adoptant des valeurs par défaut pour les variables estimées	Délimiter les valeurs plausibles des variables estimées à l'aide des contraintes	Pénaliser les valeurs suspectes des variables estimées dans la fonction de coût
Inconsistance : Il n'existe pas de valeur pour les variables estimées, capable d'expliquer les mesures observées	Minimum de la fonction de coût anormalement élevé			
Mauvais conditionnement : Différentes valeurs des variables estimées donnent la même valeur de la fonction de coût	Faible sensibilité de la fonction de coût par rapport aux variables estimées			

Tableau 2.9. Difficultés qui peuvent être rencontrées dans le processus d'estimation.

A la différence du calcul de la commande, l'activation des contraintes en estimation indique plutôt une anomalie dans la structure du modèle, dans le choix des variables à estimer, dans l'excitation du procédé, dans son fonctionnement ou dans celui des capteurs.

Mathématiquement, le critère de qualité pour l'estimation peut être construit de la même façon que celui pour la commande.

2.3.6. Algorithme d'optimisation pour l'estimation

La plupart des applications qui utilisent l'estimation en ligne, demandent le calcul de l'état à un instant donné ("initial") et éventuellement de certains paramètres du procédé, à partir d'un critère quadratique. Si le modèle est linéaire en les variables à estimer, il existe une formule explicite pour les valeurs optimales (ex. filtre de Kalman). Sinon, le calcul est itératif, et les algorithmes de type Levenberg-Marquardt (Moore 1977) sont considérés comme les plus efficaces. L'introduction des contraintes sous forme de bornes simples sur les variables à estimer est en général une complication mineure.

Nous n'avons connaissance d'aucune étude mettant en évidence la nécessité d'utiliser pour l'estimation des fonctions de coût non quadratiques, des contraintes autres que des bornes simples, ou l'estimation des modèles non paramétriques (des fonctions). Si une telle nécessité apparaît, l'outil numérique adéquat peut être choisi dans les catégories discutées dans le paragraphe consacré à l'optimisation de la commande.

Propriété	Commentaires
Rapidité des simulations	Pour rendre efficace l'optimisation de la commande (et éventuellement l'estimation de l'état et des paramètres), le modèle du procédé doit être simulé plusieurs fois dans une période d'échantillonnage. Les modèles trop lourds sont inutilisables.
Large domaine de validité	L'optimisation a tendance à pousser le procédé vers les limites de son domaine de fonctionnement. Il est important que le modèle reste valide, au moins pour indiquer (à travers la fonction de coût) un régime de fonctionnement indésirable.

Tableau 2.10. Propriétés indispensables du modèle interne.

2.3.7. Modèle interne

Le modèle du procédé, contenu dans le module de commande, est au coeur de notre méthode. La commande appliquée au procédé dépend entièrement de ses prédictions. Compte tenu la très grande variété de modèles rencontrés en génie des procédés, nous allons discuter les propriétés importantes pour notre utilisation, et les principaux compromis à faire.

2.3.7.1. Propriétés indispensables du modèle interne

Pour être utile en commande prédictive, le modèle du procédé doit satisfaire les exigences résumées dans le tableau 2.10. En pratique, la simulation du modèle doit être d'au moins 3 ordres de grandeur plus rapide que l'évolution réelle du procédé. Le fait d'imposer des contraintes permet d'éviter une complication excessive du modèle, en limitant son domaine de validité. Les contraintes prioritaires sur la commande (tableau 2.5) empêchent toute tentative de le simuler en dehors de ce domaine.

Tout modèle qui satisfait ces exigences peut être utilisé dans notre algorithme de commande. Par ailleurs, il peut être linéaire ou non, de type boîte noire ou de connaissance, d'état ou entrée sortie, en temps continu ou échantillonné, etc. Le modèle utilisé au chapitre 4 est non linéaire, de type boîte noire, échantillonné, tandis que celui du chapitre 5, est non linéaire, de connaissance, en temps continu.

2.3.7.2. Propriétés utiles du modèle interne. Compromis généralité - performances

Les propriétés supplémentaires résumées dans le tableau 2.11 peuvent améliorer les performances de l'algorithme de commande, à condition d'être correctement exploitées par les autres composantes de celui-ci. La généralité est néanmoins réduite, et l'implémentation du système de commande est à revoir dans son ensemble lors du changement du modèle.

Les algorithmes d'optimisation employés dans les chapitres 4 et 5 utilisent les dérivées. Le modèle de type réseau de neurones utilisé dans le chapitre 4 se prête très bien au calcul analytique des sensibilités, mais dans cette application particulière le temps de simulation du modèle n'est pas du tout limitant, et le gain de précision est négligeable. La simulation du modèle physique du chapitre 5 implique déjà la résolution itérative d'une équation algébrique non linéaire, et le calcul analytique des sensibilités est trop difficile.

Propriété	Commentaires
Continuité, dérivabilité par rapport aux entrées et aux variables à estimer	Des algorithmes d'optimisation plus performants peuvent être utilisés pour le calcul de la commande (et respectivement pour l'estimation). Cet avantage est perdu si les fonctions de coût ou les contraintes n'ont pas les mêmes propriétés.
Calcul analytique des dérivées (fonctions de sensibilité)	Si les dérivées peuvent être calculées en même temps que la simulation du modèle, sans effort supplémentaire considérable, l'efficacité des algorithmes d'optimisation est améliorée pour deux raisons : (1) Les dérivées sont plus précises que celles calculées par différences finies entre deux simulations du modèle, et (2) Plus d'itérations peuvent être faites dans une période d'échantillonnage.
Linéarité	Nombreuses simplifications dans les algorithmes d'optimisation sont possibles, jusqu'à l'obtention d'une solution analytique explicite. Le principal inconvénient est le domaine de validité trop restreint du modèle linéaire.

Tableau 2.11. Propriétés utiles du modèle interne.

Afin d'utiliser l'avantage d'un modèle linéaire, la fonction de coût doit être quadratique ou linéaire, et les contraintes linéaires (Garcia *et al.* 1989). Une voie de compromis est la linéarisation locale (Lee et Ricker 1994). Dans notre travail le problème est abordé dans toute sa généralité.

2.4. Conclusion

Ce chapitre présente le principe et les éléments constitutifs de l'algorithme de commande proposé. Notre approche fait partie de la famille des méthodes prédictives, car la commande est systématiquement testée sur un modèle explicite du procédé, avant d'être appliquée. Un estimateur permet éventuellement de recalibrer le modèle sur le comportement observé du procédé, afin d'améliorer les prédictions. L'approche est à horizon glissant, aussi bien du point de vue de la commande que de l'estimation.

La méthode est "optimale", car le choix de la commande à appliquer se fait en minimisant un critère de coût défini par l'utilisateur. Les régimes de fonctionnement à éviter sont indiqués soit par une augmentation du coût, soit par l'introduction des contraintes explicites. Le modèle de prédiction, l'estimateur, la fonction de coût et les contraintes peuvent être choisis librement, en particulier ils peuvent être non linéaires. Le facteur limitant est le temps et la puissance de calcul nécessaires pour faire tourner l'algorithme en ligne. Le compromis généralité - efficacité doit être géré en fonction de l'application concrète.

Les éléments de l'algorithme sont discutés en mettant en avant les conditions qu'il devrait remplir, souvent contradictoires, et en suggérant des approches possibles. Le choix final est fait en fonction des nécessités de chaque application concrète.

3. Description formelle et analyse des propriétés de l'algorithme de commande

3.1. Introduction

Ce chapitre propose une voie possible pour aborder le problème de la stabilité et des performances d'un système de commande prédictive optimale. Les approches utilisées dans la littérature diffèrent selon les hypothèses plus ou moins restrictives sur le procédé, sur son modèle, sur la fonction de coût, sur les contraintes et sur l'algorithme d'optimisation numérique. La synthèse présentée dans le tableau 3.1 montre que la plupart des auteurs étudient la stabilité asymptotique, parfois la stabilité asymptotique robuste, et très rarement la robustesse des performances.

Pour les procédés stables en boucle ouverte, Clarke *et al.* (1987a) remarquent qu'il

Procédé	Modèle	Fonction de coût	Contraintes	Optimisation	Analyse	Exemple
Continu Stable	Linéaire Parfait	Quadratique	Absentes	Analytique	Stabilité asymptotique	(Clarke <i>et al.</i> 1987a)
Continu Stable ou instable	Linéaire Parfait	Quadratique	Entrées sorties	Exacte	Stabilité asymptotique	(Rawlings et Muske 1993; de Oliveira et Biegler 1994)
Continu Stable	Linéaire Imparfait	Linéaire	Entrées sorties	Exacte	Stabilité asymptotique	(Genceli et Nikolaou 1993)
Continu Stable	Non linéaire Parfait	Quadratique	Absentes	Exacte	Stabilité asymptotique	(Henson et Seborg 1993)
Continu Stable	Non linéaire Imparfait	Générale	Entrées sorties	Exacte	Robustesse performances	(Forbes et Marlin 1994)
Continu Stable	Non linéaire Imparfait	Quadratique	Entrées sorties	Approximative	Stabilité asymptotique	(Li et Biegler 1990)
Continu Stable ou instable	Non linéaire Imparfait	Quadratique	Entrées sorties	Approximative	Stabilité asymptotique	(Michalska et Mayne 1993; Alamir 1994)
Continu Stable ou instable	Non linéaire Imparfait	Quadratique	Entrées sorties	Approximative	Stabilité asymptotique	(Courtial 1996)
Continu ou discontinu	Non linéaire Imparfait	Générale	Entrées sorties	Approximative	Stabilité entrée bornée sortie bornée Robustesse des performances	Notre travail

Tableau 3.1. Résultats théoriques sur la commande optimale à horizon glissant.

suffit de considérer une commande constante après un horizon fini, ce qui met à profit la stabilité du procédé lui-même. Beaucoup d'auteurs, par exemple Kwon *et al.* (1983) exploitent le fait que la stabilité est assurée en imposant une contrainte égalité sur l'état du procédé, à la fin d'un horizon fini. Le travail d'Alamir (1994) s'efforce de transférer le maximum d'hypothèses du procédé (qui est imposé) vers la fonction de coût et les contraintes (qui peuvent être choisis par l'automaticien), et de formuler des hypothèses plus faciles à vérifier ou d'apprécier intuitivement.

Les travaux qui supposent l'état parfaitement connu, le modèle parfait, le procédé non perturbé et l'optimisation exacte, ont une utilité pratique limitée. Différentes approches ont été envisagées afin de relaxer ces hypothèses. Michalska et Mayne (1993) utilisent un régulateur non linéaire à horizon glissant qui ramène le procédé dans un voisinage de l'origine en temps fini, doublé d'un retour d'état linéaire stabilisant à l'intérieur de ce voisinage pour garantir la robustesse. La Salle et Lefschetz (La Salle et Lefschetz 1961) et, plus récemment, Perruquetti *et al.* (1995) utilisent la notion de stabilité pratique (et respectivement stabilité robuste) en remplaçant la convergence exacte de l'état vers l'origine par une convergence vers un voisinage de l'origine. Ils donnent des conditions dans lesquelles la fonction de Lyapunov associée au système conserve ses propriétés, malgré les perturbations et les erreurs de modélisation. Le travail de Courtial (1996) se place dans le même cadre et souligne l'importance de la convergence de l'algorithme d'optimisation pour assurer la stabilité.

L'un des rares travaux sur la robustesse des performances, est celui de Forbes et Marlin (1994). Ils analysent les conditions dans lesquelles la commande optimale calculée pour le procédé nominal reste optimale pour le procédé réel. Les erreurs de modélisation sont vues comme des perturbations additives actionnant en sortie.

Notre intérêt porte surtout sur les procédés discontinus et semi continus. Or, pour ces procédés la notion de stabilité asymptotique perd son sens et les résultats mentionnés ne s'appliquent pas. Ceci nous emmène à considérer la stabilité dans le sens entrée bornée, sortie bornée, ce qui permet de traiter les procédés continus et discontinus de manière uniforme. Nous examinons les propriétés que doivent satisfaire la fonction de coût et les contraintes afin d'assurer la stabilité. Pour analyser la stabilité robuste en présence des perturbations, des erreurs de modélisation et d'une optimisation approximative de la commande, nous introduisons des tolérances dans le respect des bornes.

Les performances sont exprimées à l'aide du critère de qualité de la commande, qui combine les informations sur la fonction de coût et l'éventuelle non satisfaction des contraintes. Des bornes sur la sensibilité du critère de qualité permettent d'apprécier la dégradation maximale des performances face aux perturbations et aux erreurs dans le calcul de la commande optimale.

3.2. Définitions

Pour les besoins de ce chapitre, le diagramme fonctionnel de l'algorithme de commande est représenté dans la figure 3.1. Le mécanisme d'estimation est ici inclus dans le modèle de prédiction, tandis que la fonction de coût pour l'estimation de la commande et les contraintes sont combinées dans le critère de qualité.

3.2.1. Ensemble de temps

Il est possible de décrire mathématiquement l'ensemble du temps comme un intervalle (système continu) ou un ensemble discret (système échantillonné), borné (traitement discontinu) ou non (traitement continu), etc. Dans notre formalisme, la variable temporelle t appartient à un sous ensemble \mathbf{t} des nombres réels \mathbf{R} , particularisé selon les nécessités de l'application :

$$t \in \mathbf{t} \subseteq \mathbf{R}.$$

3.2.2. Signaux de commande

On note par u une fonction vectorielle qui regroupe les signaux de commande, en nombre de n_u . L'ensemble des fonctions qui constituent des commandes valides est appelé \mathbf{u} . C'est une partie de l'ensemble des fonctions du temps, à n_u composantes réelles :

$$u \in \mathbf{u} \subseteq \{f | f: \mathbf{t} \rightarrow \mathbf{R}^{n_u}\}.$$

3.2.3. Perturbations

La fonction vectorielle p regroupe toutes les perturbations, en nombre de n_p . L'ensemble des perturbations possibles (fonctions du temps) est noté \mathbf{p} :

$$p \in \mathbf{p} \subseteq \{f | f: \mathbf{t} \rightarrow \mathbf{R}^{n_p}\}.$$

Nous considérons ici comme perturbation toute quantité inconnue, dont dépend le fonctionnement du procédé. Les composantes de p peuvent être des signaux externes non mesurables, mais aussi des paramètres inconnus et éventuellement variables du procédé. Dans cette description formelle, l'origine physique des perturbations, interne ou externe, est indifférente.

Nous n'incluons pas dans cette catégorie les actions externes connues, appelées en

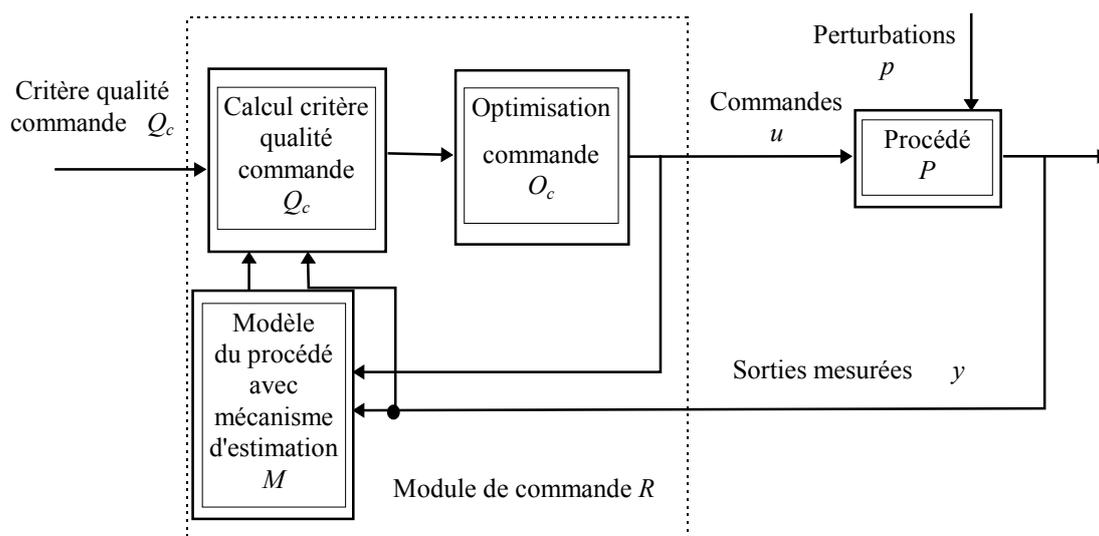


Figure 3.1. Schéma bloc de la commande prédictive optimale. La fonction de coût et les contraintes sont combinées dans le critère de qualité. Le mécanisme d'estimation est inclus dans le modèle de prédiction.

automatique "perturbations mesurées", comme par exemple les actions de l'opérateur ou les changements mesurés dans les matières premières. Nous convenons de considérer que les perturbations mesurées font partie du fonctionnement du procédé P , et l'information sur leur action est transmise à travers les mesures y .

3.2.4. Sorties mesurées

La fonction vectorielle y regroupe toutes les mesures disponibles en ligne, en nombre de n_y . Nous appelons \mathbf{y} l'ensemble des fonctions temporelles qui peuvent représenter des mesures effectuées sur le procédé :

$$y \in \mathbf{y} \subseteq \left\{ f \mid f: \mathbf{t} \rightarrow \mathbf{R}^{n_y} \right\}.$$

Le terme "mesure" doit être considéré au sens large, comme toute information sur le procédé, qui n'est pas connue a priori, mais devient disponible pendant le fonctionnement, et qui peut être codée sous la forme d'un nombre réel. On inclut ici les événements externes, les perturbations mesurées, paramétriques ou structurels, etc.

3.2.5. Procédé à commander

Le procédé P est vu formellement comme un opérateur dynamique non linéaire, qui associe à un couple de fonctions d'entrée (commandes et perturbations) une fonction temporelle de sortie :

$$P: \mathbf{u} \times \mathbf{p} \rightarrow \mathbf{y}.$$

L'action de P peut dépendre en général de la position "absolue" de l'expérience dans le temps (par exemple, effet de vieillissement). Pour ne pas alourdir la notation, nous supposons que le temps fait partie de la description du procédé.

Les méthodes de l'automatique sont généralement classifiées selon les propriétés de l'opérateur P . Nous faisons pour l'instant l'hypothèse minimale, notamment l'hypothèse de causalité : Dans les mêmes conditions (pour une même "histoire" et pour les mêmes actions externes p), deux causes identiques $u_1 \equiv u_2$ produisent toujours des effets identiques, $y_1 \equiv y_2$. L'importance pratique de cette hypothèse est relativisée par l'introduction des perturbations (inconnues) p , qui existent toujours, sont souvent de nature stochastique, et empêchent la reproductibilité exacte des expériences.

3.2.6. Modèle de prédiction

Le modèle interne M est un opérateur dynamique non linéaire, qui associe à chaque entrée de commande une fonction temporelle de sortie :

$$M: \mathbf{u} \rightarrow \mathbf{y}.$$

Les perturbations non mesurées p ne peuvent pas être prises en compte dans le modèle interne.

3.2.7. Fonction de coût, contraintes et critère de qualité de la commande

Le degré de satisfaction de l'utilisateur par une évolution donnée du procédé est caractérisé à travers la fonction de coût F_c et le respect des contraintes C_c , combinés dans un nombre unique Q_c , qu'on peut interpréter comme une "qualité du réglage". Cette hypothèse peut paraître restrictive, car les humains utilisent toujours un ensemble de critères, souvent très variés et subjectifs, pour exprimer leur satisfaction par un système technique. Le fait de se

ramener à un critère unique (global) permet d'introduire un ordre total sur l'ensemble des comportements $\mathbf{u} \times \mathbf{y}$ et d'éviter les situations d'indécision.

Mathématiquement, on peut décrire les désirs de l'utilisateur à travers les fonctionnelles F_c , C_c et Q_c , qui associent des nombres réels à chaque évolution possible du procédé dans le temps :

$$F_c: \mathbf{u} \times \mathbf{y} \rightarrow \mathbf{R},$$

$$C_c: \mathbf{u} \times \mathbf{y} \rightarrow \mathbf{R}^{n_c},$$

$$Q_c: \mathbf{u} \times \mathbf{y} \rightarrow \mathbf{R}.$$

Les contraintes sont considérées satisfaites si les éléments correspondants de C_c sont négatifs.

3.2.8. Commande

Le rôle de la commande est de satisfaire les spécifications de l'utilisateur, ce qui se traduit par la minimisation de la fonctionnelle Q_c , compte tenu des prédictions du modèle M :

$$R_{Q_c M}: \mathbf{y} \rightarrow \mathbf{u}$$

$$\begin{aligned} u = R_{Q_c M}(y) &= \arg \min_{u \in \mathbf{u}} \text{calc} \{ Q_c(u, y) \mid y = M(u) \} \\ &= \arg \min_{u \in \mathbf{u}} \text{calc} \{ Q_c(u, M(u)) \}. \end{aligned}$$

La notation "arg min calc" signifie que l'optimum calculé numériquement n'est pas forcément identique à un vrai optimum de Q_c .

3.2.9. Fonctions d'entrée et de sortie bornées

Nous allons considérer deux sous ensembles bornés de \mathbf{R}^{n_u} et de \mathbf{R}^{n_y} , sous forme de hyper parallélépipèdes :

$$\underline{\mathbf{u}} = [u_1; U_1] \times \dots \times [u_{n_u}; U_{n_u}],$$

$$\underline{\mathbf{y}} = [y_1; Y_1] \times \dots \times [y_{n_y}; Y_{n_y}].$$

Les résultats présentés sont valables pour des ensembles bornés de forme plus générale, mais cette hypothèse permet de simplifier la notation et d'augmenter la clarté de l'exposé. Elle n'est pas très restrictive dans la mesure où c'est un choix très courant en pratique. Les ensembles bornés des fonctions vectorielles du temps (entrées et sorties) correspondants, sont :

$$\underline{\mathbf{u}} = \{ f \mid f: \mathbf{t} \rightarrow \underline{\mathbf{u}} \},$$

$$\underline{\mathbf{y}} = \{ f \mid f: \mathbf{t} \rightarrow \underline{\mathbf{y}} \}.$$

3.2.10. Procédé nominal

Nous allons noter par \underline{P} l'opérateur obtenu à partir de P , pour une perturbation identiquement nulle, appelé procédé nominal :

$$\forall u \in \underline{\mathbf{u}}, \underline{P}(u) = P(u, 0).$$

3.2.11. Comportement stable

Le procédé P a un comportement stable, pour une entrée, une perturbation et une sortie données, si l'entrée et la sortie respectent les bornes imposées :

$$u \in \underline{\mathbf{u}}, p \in \underline{\mathbf{p}}, y = P(u, p) \in \underline{\mathbf{y}}.$$

3.2.12. Procédé stabilisable

Le procédé nominal est stabilisable, sur un horizon d'analyse \mathbf{t} donné, s'il existe au moins une commande qui engendre un comportement stable :

$$\exists u \in \underline{\mathbf{u}}, y = \underline{P}(u) \in \underline{\mathbf{y}}.$$

Le procédé perturbé est stabilisable, s'il est stabilisable pour toutes les perturbations susceptibles d'agir :

$$\forall p \in \underline{\mathbf{p}}, \exists u \in \underline{\mathbf{u}}, y = \underline{P}(u) \in \underline{\mathbf{y}}.$$

3.2.13. Modèle stabilisable de façon robuste

Cette définition est formulée afin de servir à la démonstration de la stabilité robuste en boucle fermée, notamment pour les procédés instables en boucle ouverte. Pour les procédés stables il existe un résultat plus simple. Le retour de sortie joue un rôle essentiel, ainsi que le temps nécessaire pour l'optimisation de la commande.

La figure 3.2 représente l'évolution de l'une des sorties du procédé y et la sortie du modèle correspondante y_M . t_P est l'instant présent, t_F est la fin de l'horizon de prédiction, et t_I est le début de l'horizon d'estimation. Si l'estimation explicite n'est pas utilisée, et la sortie du modèle est recalée directement sur la dernière sortie mesurée, alors $t_I = t_P$. La période d'échantillonnage, au moins égale au temps nécessaire pour l'estimation et l'optimisation de la commande future, est τ .

Après l'acquisition des dernières mesures disponibles, à l'instant t_P , l'évolution de la sortie prédite précédemment est corrigée par l'estimateur, et peut être simulée entre t_I et t_F . La commande à appliquer entre $[t_P + \tau; t_F]$ résulte du processus d'optimisation. Avant $t_P + \tau$, la commande calculée précédemment est appliquée.

Si D_y est un élément de \mathbf{R}^{n_y} , nous convenons de noter :

$$\underline{\mathbf{y}} + D_y = \left[y_1 - D_{y1}, Y_1 + D_{y1} \right] \times \dots \times \left[y_{n_y} - D_{yn_y}, Y_{n_y} + D_{yn_y} \right].$$

Les éléments positifs de D_y élargissent l'intervalle correspondant, tandis que les éléments négatifs le diminuent. Un intervalle dont la borne inférieure est plus grande que la borne supérieure est considéré vide. Une notation similaire est utilisée pour l'entrée de commande u .

Pour la définition d'un modèle stabilisable de façon robuste, nous introduisons un certain nombre d'éléments dont la signification sera précisée lors de l'énoncé du théorème de stabilité robuste. Soit $E_u \in \mathbf{R}_+^{n_u}$ un vecteur de n_u éléments positifs, $D_y \in \mathbf{R}_+^{n_y}$ un vecteur de n_y éléments positifs, $L_M \in \mathbf{R}_+^{n_y \times n_u}$ une matrice de nombres positifs de dimension $n_y \times n_u$, et $E_y: [t_I, t_F] \rightarrow \mathbf{R}_+^{n_y}$ une fonction vectorielle avec valeurs positives.

Le modèle M est stabilisable de façon robuste si pour toute sortie du modèle, dont les valeurs à chaque instant entre t_I et $t_P + \tau$ sont dans $\underline{\mathbf{y}} - D_y + E_y$, il existe une commande u appliquée entre $t_P + \tau$ et t_F , dont les valeurs à chaque instant sont dans $\underline{\mathbf{u}} - E_u$, et qui ramène la sortie dans $\underline{\mathbf{y}} - D_y - E_y - L_M E_u$ entre $t_P + 2\tau$ et t_F .

3.2.14. Procédé stable de façon robuste en boucle ouverte

Le procédé est stable de façon robuste en boucle ouverte, dans le sens entrée bornée, sortie bornée, si pour toute entrée u contenue dans $\underline{\mathbf{u}}$ (bornée), la sortie y du procédé est contenue dans $\underline{\mathbf{y}}$ (bornée), quelque soit les perturbations susceptibles d'agir sur le procédé, sur toute la longueur de l'horizon d'analyse \mathbf{t} :

$$\forall u \in \underline{\mathbf{u}}, \forall p \in \mathbf{p}, y = P(u, p) \in \underline{\mathbf{y}}.$$

3.2.15. Comportement stable du système de commande en boucle fermée

Considérons le système en boucle fermée, où la commande u du procédé P est donnée par le bloc de commande R (figure 3.1). Le comportement du système de commande dans son ensemble est stable, si le comportement du procédé est stable :

$$u = R_{Q_c M}(y), y = P(u, p) \Rightarrow u \in \underline{\mathbf{u}} \text{ et } y \in \underline{\mathbf{y}}.$$

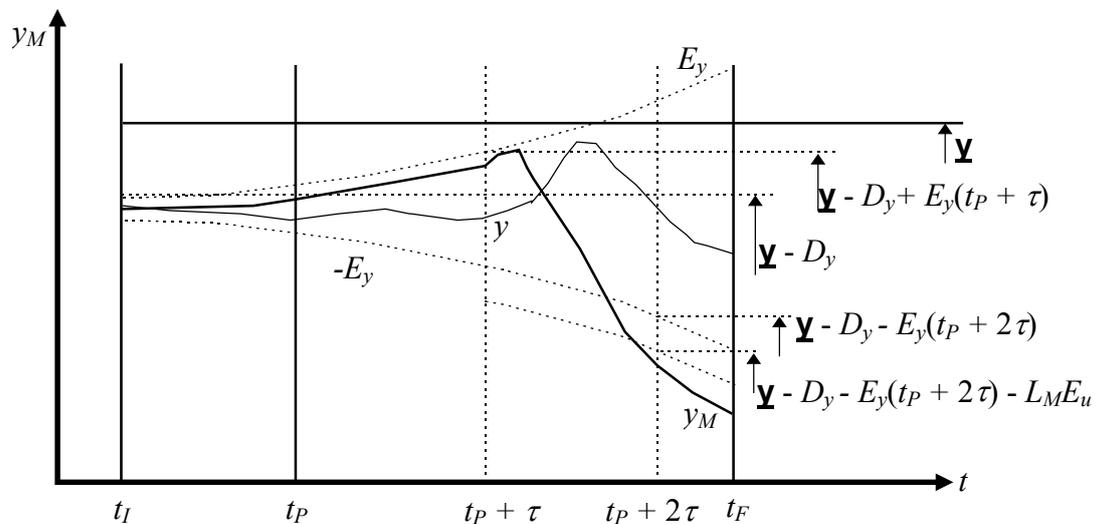


Figure 3.2. Définition d'un modèle stabilisable de façon robuste.

3.2.16. Modèle parfait

Le modèle est parfait s'il reproduit exactement le comportement du procédé nominal :

$$\forall u \in \mathbf{u}, \underline{M}(u) = \underline{P}(u).$$

Pour un procédé perturbé, cette notion n'a pas de sens car les perturbations décrivent justement la partie inconnue du procédé, qui échappe à la modélisation.

3.2.17. Optimisation exacte (commande parfaite)

L'optimisation de la commande est exacte si la commande calculée correspond à un vrai minimum global du critère de qualité de la commande Q_c , pour le modèle M considéré :

$$\forall y \in \mathbf{y}, u^* = \underline{R}_{Q_c M}(y) = \arg \min_{u \in \mathbf{u}} \{Q_c(u, M(u))\}.$$

3.3. Illustration des définitions

Le but de cette section est de fournir des exemples concrets des concepts abstraits introduits précédemment.

3.3.1. Critère de qualité dont la minimisation engendre une loi de commande de type PI

Pour définir une loi de commande (continue) de type PI, nous considérons les constantes réelles χ et θ (la constante proportionnelle et le temps intégral), nous particularisons l'ensemble du temps à un intervalle $\mathbf{t} = [t_I; t_F]$, et nous supposons que les ensembles \mathbf{u} et \mathbf{y} sont des ensembles de fonctions scalaires et continues sur \mathbf{t} . Les instants t_I et t_F peuvent être vus comme les moments de la mise en marche et de l'arrêt de l'installation P ; en pratique ils sont toujours finis. Nous introduisons aussi une fonction continue $r: \mathbf{t} \rightarrow \mathbf{R}$, dite trajectoire de référence pour la sortie mesurée y .

Une expression possible de la fonctionnelle Q_c qui engendre une loi de commande de type PI est :

$$Q_c(u, y) = \int_{t_I}^{t_F} \left[u(t) - \chi(r(t) - y(t)) - \frac{\chi}{\theta} \int_{t_I}^t (r(\tau) - y(\tau)) d\tau \right]^2 dt$$

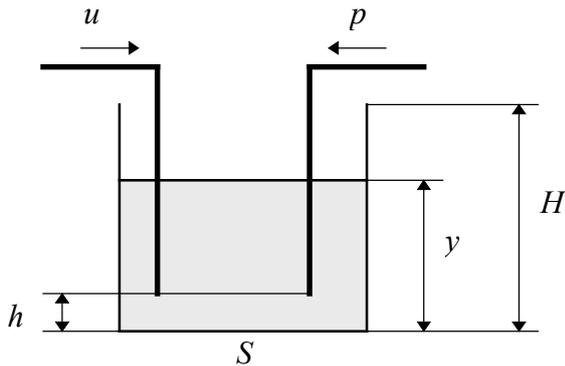
Comme l'intégrand de l'intégrale extérieure est toujours non négatif, le minimum de la fonctionnelle Q_c est atteint pour les valeurs u^* de u qui annulent l'expression entre crochets, à tout instant :

$$u^*(t) = \chi(r(t) - y(t)) + \frac{\chi}{\theta} \int_{t_I}^t (r(\tau) - y(\tau)) d\tau,$$

ce qui représente une loi de commande de type PI. De manière similaire, on peut définir des fonctionnelles Q_c qui engendrent toute autre loi de commande dont l'expression analytique est connue, y compris des lois de commande multivariables. Il existe d'autres méthodes pour construire la fonctionnelle Q_c , par exemple en remplaçant l'intégrale par l'opérateur supremum.

3.3.2. Choix des bornes de stabilité

Considérons la cuve ouverte représentée en figure 3.3, dont la hauteur est $H = 1$ m et la section transversale $S = 1$ m². La cuve a un rôle stockage temporaire, afin de compenser la consommation ou l'apport imprévisible de liquide, dont le débit perturbateur p peut être compris entre $[-\delta; \delta]$ dm³/s. La variable de commande est le débit de liquide u , donné par une pompe réversible, dont le débit est limité entre $[-10; 10]$ dm³/s. Les débits sont considérés positifs si le liquide entre dans la cuve. Les tuyaux des pompes arrivent à une hauteur $h = 0,1$ m du fond. La variable mesurée y est le niveau du liquide dans la cuve.



Au sens de la définition classique, ce procédé est toujours stable, en boucle ouverte comme en boucle fermée, indépendamment de la commande choisie et des perturbations. En effet, *il existe* des bornes physiquement infranchissables, sur l'entrée comme sur la sortie. Le débit d'entrée ne peut pas dépasser ± 10 dm³/s, quelque soit la manipulation de la pompe, et le niveau ne peut pas être négatif, ni dépasser 1 m, même si la cuve déborde.

Figure 3.3. Cuve pour stockage temporaire de liquide.

Ce que l'utilisateur voudrait en pratique, c'est définir lui même des bornes, qui caractérisent le fonctionnement "normal" du procédé, au sens d'une application donnée. Par exemple, le débordement de la cuve peut être interprété comme un comportement instable. Si on veut éviter que les pompes fonctionnent à vide, on ne devrait pas laisser le niveau descendre en dessous de 0,1 m. Des bornes utiles pour les valeurs de la sortie à chaque instant sont par exemple $\underline{y} = [0,15; 0,95]$ m. Si au delà de ± 9 dm³/s l'usure de la pompe est excessive, on peut limiter l'entrée de commande à chaque instant dans le domaine $\underline{u} = [-9; 9]$ dm³/s.

Avec ces définitions, le comportement du procédé peut être stable ou non, selon le fait qu'on dépasse ou non les bornes prescrites pour le niveau et le débit.

La possibilité de stabiliser le procédé dépend en toute rigueur de l'ensemble de temps \mathbf{t} , de la valeur de la sortie à l'instant initial (la sortie coïncide avec l'état) et de l'amplitude δ des perturbations susceptibles d'intervenir. Si la valeur initiale de la sortie n'est pas dans \underline{y} , le procédé n'est pas stabilisable, puisque la commande ne peut pas agir instantanément sur la sortie.

Si la valeur initiale de la sortie est entre 0,4 et 0,6 m et $\delta \leq 15$ dm³/s, le procédé est stabilisable pour $\mathbf{t} = [0; 40]$ s. En effet, dans le cas le plus défavorable, le niveau initial est $y(0) = 0,4$ m, la perturbation constante $\forall t \in \mathbf{t}$, $p(t) = -15$ dm³/s, et il existe une commande $\forall t \in \mathbf{t}$, $u(t) = 9$ dm³/s qui peut garder le niveau au dessus de 0,15 m pendant plus de 40 s. Si l'intervalle d'étude est très long $\mathbf{t} = [0; \infty]$, et la valeur initiale de la sortie n'importe où dans \underline{y} , le procédé est stabilisable si (et seulement si) $\delta \leq 9$ dm³/s, puisqu'il existe toujours une commande qui peut au moins maintenir le niveau, en compensant le débit de perturbation.

Avec $\mathbf{t} = [0; \infty]$ et \mathbf{u} et \mathbf{y} choisis, le procédé n'est pas stable de façon robuste en boucle ouverte : Il existe des combinaisons d'entrées et de perturbations qui font déborder la cuve. Le procédé nominal (débit de perturbation identiquement nul) n'est pas stable en boucle ouverte non plus : Pour un débit d'entrée positif constant, le niveau finit par dépasser 0,95 m.

3.4. Construction du critère de qualité de la commande à partir de la fonction de coût et des contraintes

Cette section décrit une modalité de combiner la fonction de coût pour l'optimisation de la commande et les contraintes, de façon à obtenir un critère de qualité dont l'optimum est aussi un optimum du problème initial sous contraintes.

Ce résultat, dans sa version locale, est bien connu dans la théorie de l'optimisation sous contraintes ; il se trouve par exemple dans Fletcher (1987). La formulation proposée est de nature globale, ce qui confère plus de garanties lors de la mise en œuvre dans des conditions réelles. Le critère de qualité constitue en fait la définition du problème de commande. La personne qui s'en charge est typiquement un spécialiste du procédé et non pas un numéricien. Nous avons essayé de formuler une condition intuitive de type "pénalisation de la violation des contraintes", qui nous paraît plus facile à comprendre et à vérifier que la condition classique sur l'existence des multiplicateurs de Lagrange.

Théorème :

Soit u^* un minimum de la fonctionnelle F_c avec les contraintes C_c :

$$u^* = \arg \min_{u \in \mathbf{u}} \{ F_c(u) \mid C_c(u) \leq 0 \}, \quad (1)$$

et la fonctionnelle scalaire non négative :

$$C_c^+ : \mathbf{u} \rightarrow \mathbf{R}_+$$

$$C_c^+(u) = \sum_{k=1}^{n_c} \max\{0, c_{ck}(u)\}. \quad (2)$$

Soit u° un minimum sans contraintes de la fonctionnelle étendue Q_c :

$$K > 0$$

$$Q_c : \mathbf{u} \rightarrow \mathbf{R}$$

$$Q_c(u) = F_c(u) + KC_c^+(u) \quad (3)$$

$$u^\circ = \arg \min_{u \in \mathbf{u}} \{ Q_c(u) \}.$$

S'il existe une constante positive K telle que :

$$\exists K > 0, \forall u \in \mathbf{u}, F_c(u) < F_c(u^*) \Rightarrow F_c(u^*) - F_c(u) < KC_c^+(u), \quad (4)$$

alors u° est aussi un minimum de la fonctionnelle initiale F_c avec les contraintes C_c .

Remarques :

1. Pour simplifier la notation, nous ne considérons ici que des contraintes de type inégalité. Ceci ne réduit pas la généralité, car une contrainte de type égalité $C_{ck} = 0$ peut toujours s'écrire sous la forme de deux contraintes inégalité : $C_{ck} \leq 0, C_{ck+1} = -C_{ck} \leq 0$.
2. La fonctionnelle C_c^+ est nulle si toutes les contraintes sont satisfaites, et strictement positive si au moins l'une d'entre elles est violée. Elle est utilisée pour pénaliser la non satisfaction des contraintes dans la fonction de coût étendue Q_c , avec un poids K .
3. La condition (4) signifie qu'on peut trouver une pénalisation des contraintes suffisamment forte, pour qu'une éventuelle diminution de la fonction de coût soit compensée par l'augmentation des contraintes violées. Une diminution de la fonction de coût sans violation des contraintes n'est pas possible, puisque u^* est un point optimal. Cette condition est normalement très facile à satisfaire en pratique. En effet, ce qui compte réellement est le signe des composantes de C_c , et, à part le signe, l'utilisateur a une totale liberté dans le choix de la forme analytique de la fonctionnelle C_c .
4. Le théorème est donné dans une formulation globale, dans le sens qu'il est valable dans tout l'espace de travail \mathbf{u} . Il est également possible formuler un résultat similaire de nature locale, valable autour d'un optimum local u^* . Il suffit pour cela de remplacer \mathbf{u} par un voisinage de u^* : $\mathbf{u}^* \subseteq \mathbf{u}$. Dans ce cas, l'existence de K dans la condition (4) est équivalente à l'existence des multiplicateurs de Lagrange. Notamment K doit dépasser le plus grand (en valeur absolue) multiplicateur de Lagrange.

Démonstration :

La condition (4) implique aussi la relation plus faible :

$$\forall u \in \mathbf{u}, F_c(u^*) - F_c(u) \leq KC_c^+(u). \quad (5)$$

En effet, si $F_c(u) \geq F_c(u^*)$, alors $F_c(u^*) - F_c(u) \leq 0$, tandis que $KC_c^+(u) \geq 0, \forall u \in \mathbf{u}$.

La condition d'optimalité (3) signifie que :

$$\forall u \in \mathbf{u}, F_c(u^\circ) + KC_c^+(u^\circ) \leq F_c(u) + KC_c^+(u) \quad (6)$$

On peut particulariser (6) pour $u = u^*$, en tenant compte que $C_c^+(u^*) = 0$:

$$F_c(u^\circ) + KC_c^+(u^\circ) \leq F_c(u^*) \quad (7)$$

La seule possibilité pour que (7) et (5) particularisée pour $u = u^\circ$, soient satisfaites en même temps, est :

$$F_c(u^*) - F_c(u^\circ) = KC_c^+(u^\circ) \quad (8)$$

Nous allons maintenant démontrer que les contraintes C_c sont satisfaites en u° . Supposons le contraire, ce qui signifie $C_c^+(u^\circ) > 0$. En utilisant (8) il résulte que $F_c(u^\circ) < F_c(u^*)$. En appliquant (4) pour $u = u^\circ$:

$$F_c(u^*) - F_c(u^\circ) < KC_c^+(u^\circ), \quad (9)$$

ce qui est en contradiction avec (8). Il reste que les contraintes sont satisfaites en u° , donc :

$$C_c^+(u^\circ) = 0, \quad (10)$$

et en utilisant (8) on a aussi :

$$F_c(u^*) = F_c(u^\circ). \quad (11)$$

Les relations (10), (11) et (1) montrent ensemble que u° est un minimum de la fonctionnelle F_c avec les contraintes C_c . ■

Commentaires :

Le théorème énoncé permet de justifier de façon rigoureuse la construction du critère de qualité de la commande par pénalisation de la somme des contraintes violées dans la fonction de coût. Un exemple numérique dans un espace de dimension finie (en non pas dans un espace de fonctions) est donné dans l'annexe 1. Il est possible de formuler un résultat similaire pour la pénalisation du maximum des contraintes dans la fonction de coût. Un exemple numérique qui compare les deux approches est présenté dans l'annexe 3.

3.5. Stabilité nominale

Dans cette section, nous étudions la stabilité (dans le sens entrée bornée, sortie bornée) d'un système de commande idéal. Le procédé est stabilisable, parfaitement connu (non perturbé, égal au procédé nominal), le modèle de prédiction est parfait, et l'optimisation de la commande exacte.

3.5.1. Condition nécessaire et suffisante de stabilité en boucle fermée, pour un système de commande idéal

Théorème :

La stabilité en boucle fermée d'un système de commande idéal est assurée si et seulement si le critère de qualité de la commande pénalise suffisamment les comportements instables : La valeur du critère pour tout comportement instable doit être supérieure à toute valeur correspondant à un comportement stable.

$$\forall u \in \mathbf{u}, y = \underline{M}(u) = \underline{P}(u) \quad (\text{procédé nominal et modèle parfait})$$

$$\exists u \in \mathbf{u}: y = \underline{P}(u) \in \underline{\mathbf{y}} \quad (\text{procédé stabilisable})$$

$$\forall y \in \mathbf{y}, u = \underline{R}_{Q_c \underline{M}}(y) = \arg \min_{u \in \mathbf{u}} \{Q_c(u, \underline{M}(u))\} \quad (\text{optimisation exacte})$$

$$\forall u_S \in \mathbf{u}, \forall u_I \in \mathbf{u} - \underline{\mathbf{u}}, \forall y \in \mathbf{y}: Q_c(u_I, y) - Q_c(u_S, y) > 0$$

$$\forall u \in \mathbf{u}, \forall y_S \in \underline{\mathbf{y}}, \forall y_I \in \mathbf{y} - \underline{\mathbf{y}}: Q_c(u, y_I) - Q_c(u, y_S) > 0 \quad (\text{pénalisation})$$

$$y^* = \underline{P}(u^*), u^* = \underline{R}_{Q_c \underline{M}}(y^*) \Rightarrow u^* \in \mathbf{u} \quad \text{et} \quad y^* \in \underline{\mathbf{y}} \quad (\text{stabilité en boucle fermée})$$

Démonstration de la suffisance :

Supposons le contraire, à savoir que la stabilité en boucle fermée n'est pas assurée, malgré la pénalisation des comportements instables dans le critère de qualité. Soit u^* soit y^* ne respectent pas les bornes de stabilité imposées (par exemple que $y^* \in \mathbf{y} - \underline{\mathbf{y}}$). Comme le procédé est stabilisable, il existe une commande u° qui engendre un comportement stable :

$$\exists u^\circ \in \underline{\mathbf{u}}: y^\circ = \underline{P}(u^\circ) \in \underline{\mathbf{y}}.$$

Le critère de qualité pénalise les comportements instables, donc:

$$Q_c(u^*, y^*) - Q_c(u^\circ, y^\circ) > 0.$$

Par ailleurs, la commande u^* a été obtenue à la suite d'une optimisation exacte, avec un modèle parfait :

$$u^* = \underline{R}_{Q_c \underline{M}}(y^*) = \arg \min_{u \in \underline{\mathbf{u}}} \{Q_c(u, \underline{M}(u))\} = \arg \min_{u \in \underline{\mathbf{u}}} \{Q_c(u, \underline{P}(u))\},$$

ce qui signifie que :

$$\forall u \in \underline{\mathbf{u}}, y = \underline{M}(u): Q_c(u, y) - Q_c(u^*, y^*) \geq 0,$$

qui est en contradiction avec l'inégalité précédente.

Démonstration de la nécessité :

Supposons que la stabilité est assurée malgré une pénalisation insuffisante des comportements instables. Cela signifie qu'il existe au moins un comportement instable u°, y° pour lequel la valeur du critère de qualité est inférieure à celle des comportements stables, donc en particulier à celle qui correspond à u^*, y^* :

$$\exists u^\circ \in \underline{\mathbf{u}}, y^\circ = \underline{P}(u^\circ), u^\circ \in \underline{\mathbf{u}} - \underline{\mathbf{u}} \text{ ou } y^\circ \in \underline{\mathbf{y}} - \underline{\mathbf{y}} : Q_c(u^\circ, y^\circ) < Q_c(u^*, y^*).$$

Cette condition est en contradiction avec l'optimalité de u^* . ■

Remarques :

1. Le théorème montre que, dans les conditions idéales décrites, la stabilité du système de commande en boucle fermée dépend *uniquement* du problème d'optimisation défini par l'utilisateur, à travers le critère de qualité de la commande.
2. Même si le théorème n'est pas applicable tel quel en pratique, à cause de ses hypothèses peu réalistes, il peut servir de guide dans la définition du critère de qualité de la commande. Par exemple, incorporer des contraintes sur les variables d'entrée et de sortie, correspondant aux domaines de stabilité choisis, et pénaliser leur violation dans le critère de qualité, assure la stabilité du moins dans le cas idéal.
3. La source des propriétés de stabilité du régulateur linéaire LQ classique, est de la même nature, même si l'analogie n'est pas parfaite, car il s'agit de la stabilité asymptotique, et la sortie coïncide avec l'état. Dans le critère $Q_c = \int_0^\infty y^T(t)Yy(t) + u^T(t)Uu(t)dt$, la matrice définie positive Y pénalise tout éloignement de la sortie de sa valeur de stabilité (0), et la matrice semi définie positive U pénalise l'éloignement de la commande, selon certaines directions, qui ne sont pas dans le noyau de U . Pour être sur d'éviter des commandes trop agressives, U est prise positive définie.
4. Même si elle paraît triviale, la propriété énoncée peut être difficile à vérifier pour un critère d'optimalité économique général. Une solution simple et sûre est d'introduire dans l'optimisation des contraintes de type inégalité, qui délimitent les domaines de stabilité choisis $\underline{\mathbf{u}}$ et $\underline{\mathbf{y}}$.

3.6. Illustration du théorème sur la stabilité nominale

Considérons un exemple simplifié d'un procédé discontinu alimenté. Toutes les variables, y compris le temps, sont normalisées par rapport à leurs valeurs usuelles. L'entrée de commande u est le débit de diluant, limité entre 0 (pompe arrêtée) et 1 (pompe à plein régime). La première sortie mesurée y_1 est le volume de liquide dans la cuve, limité entre 0 (cuve vide) et 1 (cuve pleine). La deuxième sortie y_2 est la quantité d'un composant, comprise entre 0 (absence) et 1 (quantité maximale).

La vitesse de formation de ce composant est approximativement proportionnelle à sa concentration. L'objectif de la commande est de maintenir la quantité du composant y_2 aussi proche que possible de la valeur idéale de 0,8 tout au long du traitement. La perte de qualité du produit fini est proportionnelle à l'écart par rapport à la valeur idéale, et indépendante de son signe.

Le modèle mathématique qui décrit ce procédé est :

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= u \\ \dot{y}_2 &= \frac{0,15}{y_1} y_2 \\ F_c(u, y) &= \int_0^2 |y_2(t) - 0,8| dt \\ C_c(u, y) &= \sup_{t \in [0; 2]} \begin{bmatrix} u(t) - 1 \\ -u(t) \\ y_1(t) - 1 \\ -y_1(t) \\ y_2(t) - 1 \\ -y_2(t) \end{bmatrix} \leq 0. \end{aligned}$$

Les limites de stabilité sont prises comme $\underline{u} = [0; 1]$ et $\underline{y} = [0; 1] \times [0; 1]$. Le procédé est instable en boucle ouverte. La figure 3.4a présente la solution obtenue pour $y_1(0) = 0,1$ et $y_2(0) = 0,3$, en optimisant la commande en 25 points équidistants entre 0 et 2, et supposant une variation linéaire entre les points. Les contraintes sur u sont prises en compte en tant que contraintes prioritaires, tandis que les contraintes sur y sont ignorées, donc $Q_c \equiv F_c$.

Dans un premier temps y_2 est largement en dessous de la valeur cible 0,8. La dilution est maintenue la plus faible possible (pompe arrêtée) jusqu'à ce que y_2 approche 0,8. Il est physiquement impossible de maintenir cette valeur précisément, mais en faisant tourner la pompe à plein régime le taux de dilution augmente vite et la formation de produit est fortement ralentie. La légère diminution du débit à la fin est un artefact numérique. La fonction de coût est pratiquement insensible par rapport à la dernière valeur, qui n'influence presque pas le résultat global. Cette stratégie n'a qu'un seul défaut, de faire déborder la cuve, car le volume de liquide dépasse largement la limite de stabilité fixée à 1.

Dans ce cas presque idéal (modèle parfait, optimisation précise), il suffit soit d'introduire la borne de stabilité violée comme contrainte, soit de pénaliser son dépassement dans la fonction de coût :

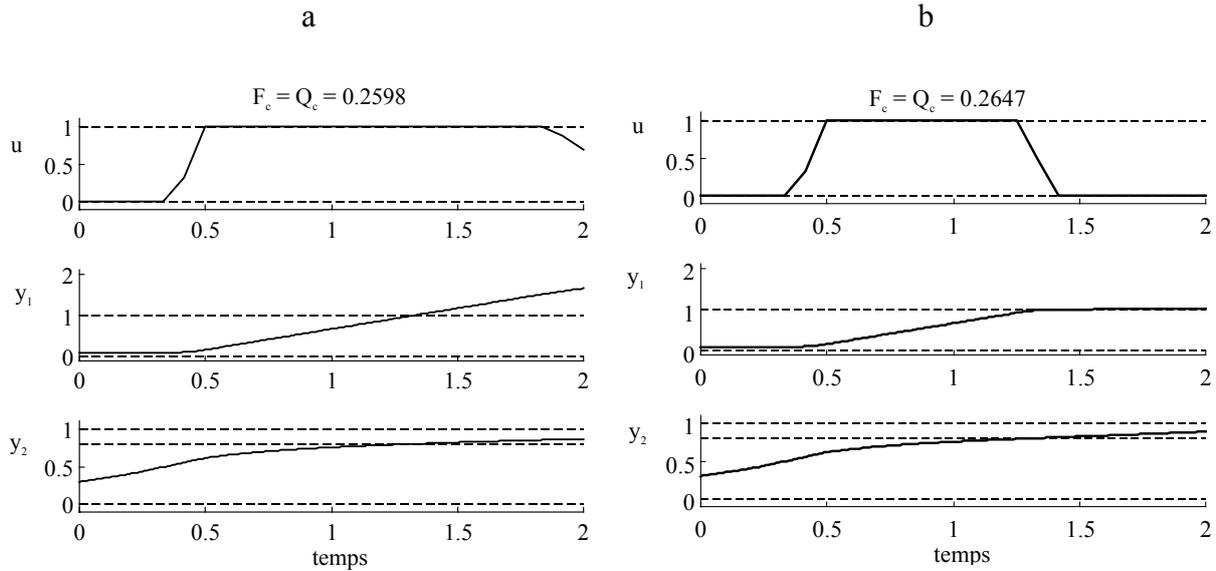


Figure 3.4. Commande optimale du réacteur en milieu liquide. (a) Solution instable. (b) Stabilisation par l'introduction d'une contrainte.

$$\begin{aligned}
 Q_c(u, y) &= F_c(u, y) + \max\{0, C_{c3}(u, y)\} \\
 &= \int_0^2 |y_2(t) - 0.8| dt + \max\left\{0, \sup_{t \in [0; 2]} (1 - y_1(t))\right\}.
 \end{aligned}$$

Dans les deux cas, le résultat est identique, et représenté dans la figure 3.4b. La pompe est arrêtée dès que la cuve est pleine. Les valeurs optimales de la fonction de coût et du critère de qualité de la commande sont identiques, car la contrainte est satisfaite, et relativement peu dégradées par rapport à l'optimisation sans contraintes.

3.7. Stabilité robuste

Pour étudier la stabilité robuste, nous supposons que le procédé est perturbé, que le modèle est imparfait, et que l'optimisation qui permet de calculer la commande n'est pas exacte.

3.7.1. Condition suffisante pour la stabilité robuste en boucle fermée d'un procédé stable en boucle ouverte

Les procédés rencontrés dans l'industrie alimentaire sont très souvent stables en boucle ouverte. Le résultat suivant est utile en pratique, car ses hypothèses sont faciles à vérifier. Il montre simplement qu'avec un minimum de précautions, notre algorithme de commande permet de préserver en boucle fermée la propriété de stabilité du procédé lui-même. Ce type de raisonnement permet de justifier la stabilité du système de réglage dans les applications présentées dans les chapitres 4 et 5.

Théorème :

Si le procédé est stable de façon robuste en boucle ouverte, et si les bornes de stabilité sur la commande sont respectées en tant que contraintes prioritaires, alors le système de réglage en boucle fermée est stable de façon robuste, c'est à dire indépendamment des perturbations qui agissent sur le procédé, de la précision du modèle de prédiction, et de la précision de l'optimisation de la commande.

Démonstration :

La condition de stabilité robuste en boucle ouverte s'écrit :

$$\forall u \in \underline{\mathbf{u}}, \forall p \in \mathbf{p}, y = P(u, p) \in \underline{\mathbf{y}}.$$

Le respect des bornes de stabilité sur la commande en tant que contraintes prioritaires se traduit par :

$$\forall Q_c, \forall M, \forall y \in \mathbf{y}, u = R_{Q_c M}(y) \in \underline{\mathbf{u}}.$$

Il en résulte que :

$$\forall Q_c, \forall M, \forall p \in \mathbf{p} : u \in \underline{\mathbf{u}} \text{ et } y \in \underline{\mathbf{y}},$$

ce qui signifie justement un comportement stable de façon robuste en boucle fermée. ■

Remarques :

1. A la différence des techniques de commande purement linéaires, une commande qui prend en compte les contraintes prioritaires conserve la propriété de stabilité robuste en boucle ouverte du procédé, indépendamment des performances pour lesquelles elle est conçue (et qu'elle soit capable de les réaliser ou non).
2. Le rôle du mécanisme anti saturation ("anti-windup") d'un régulateur PI est similaire à l'introduction des contraintes prioritaires dans notre approche. Il faut souligner qu'un régulateur PI avec anti-windup est non linéaire.
3. Il est convenable de choisir le domaine $\underline{\mathbf{u}}$ des commandes stables d'une forme géométrique simple, notamment d'un hyper parallélépipède dans \mathbf{R}^{n_u} . Quelque soient les calculs faits par le module de commande, il est trivial d'inclure des tests du type "si $u(t) > U$, alors appliquer U ", qui assurent en fait le respect des bornes de stabilité en tant que contraintes prioritaires.
4. Li et Biegler (1989) ont montré que la commande à horizon glissant permet de conserver en boucle fermée la stabilité asymptotique d'un procédé. Si l'optimisation numérique rencontre des difficultés, ils proposent simplement de figer la commande (augmenter la période d'échantillonnage), ce qui met à profit la stabilité du procédé lui-même, qui se retrouve temporairement en boucle ouverte.

3.7.2. Condition suffisante de stabilité robuste

Ce paragraphe reprend la notation introduite au §3.2.13. L'évolution temporelle des signaux est représentée dans la figure 3.2. Afin de fournir des bornes étroites, surtout pour des procédés instables en boucle ouverte, l'analyse temporelle descend au niveau de la période d'échantillonnage τ . L'horizon de prédiction est d'au moins 2τ . On suppose le comportement du procédé stable jusqu'au moment de l'application de la nouvelle commande, avec une marge

de sécurité supplémentaire pour les points d'échantillonnage eux-mêmes, et on montre qu'il restera stable jusqu'à l'instant d'échantillonnage suivant, et respectera la marge à cet instant.

Il en résulte par induction que le comportement reste stable à tout moment, si la première commande appliquée, et calculée avant la mise en route du procédé, engendre un comportement stable et respecte les marges. Il est donc important de calculer hors ligne une commande stabilisante, afin de l'appliquer aux premiers instants.

Théorème :

Dans une période d'échantillonnage de durée τ , l'algorithme numérique permet de localiser la commande optimale avec une précision $E_u \in \mathbf{R}_+^{n_u}$:

$$u^* = \arg \min_{u \in \mathbf{u}} \{Q_c(u, M(u))\},$$

$$u^o = \arg \min_{u \in \mathbf{u}} \text{calc} \{Q_c(u, M(u))\},$$

$$\forall t \in \mathbf{t} \cap [t_P + \tau; t_F], |u^o(t) - u^*(t)| \leq E_u,$$

où la valeur absolue et l'inégalité sont considérées élément par élément.

Si la sortie du procédé se trouve dans $\underline{\mathbf{y}} - D_y$ au début et après la fin d'une période d'échantillonnage, alors la déviation transitoire ne dépasse pas D_y :

$$\forall u \in \mathbf{u} - E_u, \forall p \in \mathbf{p}, y = P(u, p), \forall t \in \mathbf{t}, \forall \tau_a \in [0; t_F - t_P - 2\tau],$$

$$y(t) \in \underline{\mathbf{y}} - D_y \text{ et } y(t + \tau + \tau_a) \in \underline{\mathbf{y}} - D_y \Rightarrow \forall \theta \in [0; \tau] y(t + \theta) \in \underline{\mathbf{y}}.$$

Le gain du modèle est limité entre $t_P + \tau$ et t_F par la constante matricielle $L_M \in \mathbf{R}_+^{n_y \times n_u}$:

$$\forall t \in \mathbf{t} \cap [t_I; t_P + \tau], u_1(t) = u_2(t). \forall t \in \mathbf{t} \cap [t_P + \tau; t_F], |u_1(t) - u_2(t)| \leq E_u$$

$$\Rightarrow \forall t \in \mathbf{t} \cap [t_P + 2\tau; t_F], |y_{1M}(t) - y_{2M}(t)| \leq L_M E_u.$$

L'erreur de modélisation (d'estimation et de prédiction) est bornée par la fonction vectorielle

$$E_y: [t_I; t_F] \rightarrow \mathbf{R}_+^{n_y} :$$

$$\forall u \in \mathbf{u} - E_u, \forall p \in \mathbf{p}, y = P(u, p), y_M = M(u)$$

$$\forall t \in \mathbf{t} \cap [t_I; t_F], |y(t) - y_M(t)| \leq E_y(t).$$

Le critère de qualité de la commande pénalise suffisamment le fonctionnement du modèle en dehors du domaine de "sécurité" ($\underline{\mathbf{u}} - E_u$ pour la commande entre t_I et t_F et $\underline{\mathbf{y}} - D_y - E_y - L_M E_u$ pour la sortie entre $t_P + 2\tau$ et t_F) :

$$\forall t \in \mathbf{t} \cap [t_I; t_F], y(t) \in \underline{\mathbf{y}}, u_S(t) \in \underline{\mathbf{u}} - E_u, \exists t \in \mathbf{t} \cap [t_I; t_F], u_I(t) \notin \underline{\mathbf{u}} - E_u,$$

$$\Rightarrow Q_c(u_S, y) > Q_c(u_I, y).$$

$$\forall t \in \mathbf{t} \cap [t_P + 2\tau; t_F], u(t) \in \underline{\mathbf{u}}, Y_S(t) \in \underline{\mathbf{y}} - D_y - E_y(t) - L_M E_u,$$

$$\exists t \in \mathbf{t} \cap [t_P + 2\tau; t_F], y_I(t) \notin \underline{\mathbf{y}} - D_y - E_y(t) - L_M E_u, \Rightarrow Q_c(u, y_S) > Q_c(u, y_I).$$

Si le comportement du procédé est stable jusqu'à l'instant $t_P + \tau$ et $y(t_P + \tau) \in \underline{\mathbf{y}} - D_y$, et si le modèle est stabilisable de façon robuste, alors le comportement du procédé sera stable jusqu'à l'instant $t_P + 2\tau$ et $y(t_P + 2\tau) \in \underline{\mathbf{y}} - D_y$.

Démonstration :

La "vraie" commande optimale u^* pour l'intervalle $[t_P + \tau; t_F]$, est contenue dans $\underline{\mathbf{u}} - E_u$ et fait qu'à partir de $t_P + 2\tau$ la sortie du modèle est contenue dans $\underline{\mathbf{y}} - D_y - E_y - L_M E_u$:

$$\forall t \in \mathbf{t} \cap [t_P + \tau; t_F], u^*(t) \in \underline{\mathbf{u}} - E_u, \quad y_M^* = M(u^*)$$

$$\forall t \in \mathbf{t} \cap [t_P + 2\tau; t_F], y_M^*(t) \in \underline{\mathbf{y}} - D_y - E_y(t) - L_M E_u.$$

Pour le montrer, supposons le contraire. Une commande \tilde{u} avec les propriétés énumérées existe, car le modèle est stabilisable de façon robuste. La forme du critère de qualité de la commande fait que $Q_c(\tilde{u}, M(\tilde{u})) < Q_c(u^*, M(u^*))$, ce qui contredit l'optimalité de u^* .

La commande effectivement calculée u° est entièrement contenue dans le domaine de stabilité $\underline{\mathbf{u}}$:

$$\forall t \in \mathbf{t} \cap [t_P + \tau; t_F], u^\circ(t) = u^*(t) + (u^\circ(t) - u^*(t)) \in \underline{\mathbf{u}}, \text{ car } |u^\circ(t) - u^*(t)| \leq E_u.$$

Entre t_I et $t_P + 2\tau$ la commande appliquée au modèle est connue précisément : C'est la commande calculée précédemment. A partir de $t_P + 2\tau$, la sortie calculée du modèle $y_M^\circ = M(u^\circ)$ est contenue dans $\underline{\mathbf{y}} - D_y - E_y$:

$$\forall t \in \mathbf{t} \cap [t_I; t_P + \tau], u^\circ(t) = u^*(t). \forall t \in \mathbf{t} \cap [t_P + \tau; t_F], |u^\circ(t) - u^*(t)| \leq E_u,$$

$$\Rightarrow \forall t \in \mathbf{t} \cap [t_P + 2\tau; t_F], |y_M^\circ(t) - y_M^*(t)| \leq L_M E_u,$$

$$\Rightarrow \forall t \in \mathbf{t} \cap [t_P + 2\tau; t_F], y_M^\circ(t) = y_M^*(t) + (y_M^\circ(t) - y_M^*(t)) \in \underline{\mathbf{y}} - D_y - E_y(t).$$

Conformément à l'hypothèse d'induction, la commande calculée précédemment se charge de maintenir la sortie du procédé dans la zone de stabilité $\underline{\mathbf{y}}$ jusqu'à $t_P + \tau$, moment où la nouvelle commande est appliquée. Aux instants d'échantillonnage t_P , $t_P + \tau$ (et aux précédents), la sortie du procédé respecte des bornes plus étroites $\underline{\mathbf{y}} - D_y$:

$$\forall t \in \mathbf{t} \cap [t_I; t_P + \tau], y(t) \in \underline{\mathbf{y}}. \quad y(t_P) \in \underline{\mathbf{y}} - D_y, \quad y(t_P + \tau) \in \underline{\mathbf{y}} - D_y.$$

A partir de $t_P + 2\tau$, la sortie du procédé se trouve à nouveau dans $\underline{\mathbf{y}} - D_y$:

$$\forall t \in \mathbf{t} \cap [t_P + 2\tau; t_F], |y_M^\circ(t) - y(t)| \leq E_y(t) \Rightarrow$$

$$\forall t \in \mathbf{t} \cap [t_P + 2\tau; t_F], y(t) = y_M^\circ(t) + (y(t) - y_M^\circ(t)) \in \underline{\mathbf{y}} - D_y.$$

La marge de sécurité D_y a été choisie pour garantir que pendant la période transitoire de $t_P + \tau$ à $t_P + 2\tau$, la sortie du procédé ne quitte pas le domaine de stabilité :

$$\forall t \in \mathbf{t} \cap [t_P + \tau; t_P + 2\tau], y(t) \in \underline{\mathbf{y}}. \quad \blacksquare$$

Remarques:

1. Pour compenser le manque d'information sur la sortie du procédé à partir de t_P , une hypothèse de "régularité" est nécessaire : Une déviation transitoire maximale D_y , entre le point $t_P + \tau$ et l'intervalle $[t_P + 2\tau; t_F]$, en plus de l'erreur de modélisation maximale E_y , entre t_P et t_F . Si le procédé lui-même est échantillonné, ou si son comportement entre les points d'échantillonnage n'est pas intéressant, alors $D_y = 0$. Entre t_I et t_P , E_y est une erreur d'estimation.
2. Pour compenser le calcul approximatif de la commande optimale, nous sommes obligés de faire une hypothèse de "gain limité" du modèle : L'influence sur la sortie de l'erreur E_u est limitée à $L_M E_u$.
3. Toutes les marges de sécurité restreignent le domaine de stabilité $\underline{\mathbf{u}} \times \underline{\mathbf{y}}$ qui nous intéresse réellement. Afin d'obtenir des résultats utiles (un domaine $\underline{\mathbf{y}} - D_y - E_y - L_M E_u$ non vide, par exemple), le procédé doit être bien connu et/ou l'horizon de prédiction $[t_P; t_F]$ court, ce qui implique une période d'échantillonnage courte. Ceci est surtout important pour les procédés instables en boucle ouverte, pour lesquels E_y et L_M augmentent très vite. D'un autre côté, la période d'échantillonnage doit être suffisamment longue pour que la commande calculée puisse agir entre $t_P + \tau$ et $t_P + 2\tau$ (modèle stabilisable).
4. Si le procédé présente un retard pur τ_R long par rapport à sa dynamique, au lieu d'augmenter la période d'échantillonnage, le schéma temporel présenté dans la figure 3.2 peut être modifié suivant l'idée du prédicteur de Smith : Calculer la commande à appliquer entre t_P et $t_P + \tau$ et regarder son effet entre $t_P + \tau_R + \tau$ et $t_P + \tau_R + 2\tau$, le fonctionnement stable jusqu'à $t_P + \tau_R + \tau$ étant assuré par la commande calculée précédemment.

3.8. Robustesse des performances

Cette section présente une façon de quantifier la sensibilité des performances (exprimées à travers le critère de qualité de la commande Q_c) par rapport aux erreurs de modélisation et à la précision limitée avec laquelle est calculée la commande optimale.

Notre approche ne demande pas la dérivabilité du critère de qualité de la commande par rapport aux variables de modèle, mais des bornes de type secteur (figure 3.5) sur la sensibilité, ce qui permet par exemple d'utiliser des critères de qualité construits par la pénalisation linéaire ou du maximum des contraintes dans la fonction de coût.

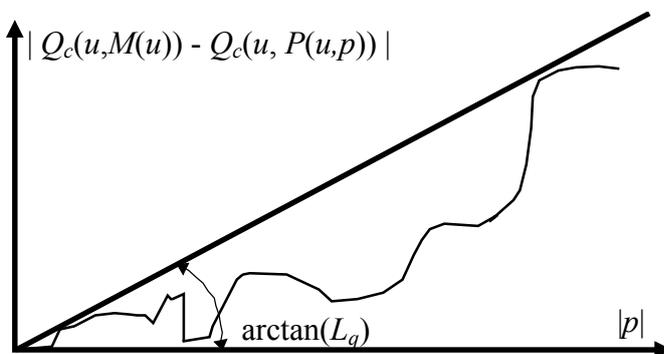


Figure 3.5. Inégalité de type secteur.

Afin d'alléger la notation, nous faisons la convention que les valeurs absolues et les inégalités appliquées aux quantités vectorielles sont valables élément par élément. Les valeurs absolues et les inégalités appliquées aux fonctions du temps sont valables à chaque instant.

3.8.1. Ecart maximal entre performances prédites et performances réalisées

Un fois qu'un profil de commande a été calculé, le théorème suivant permet de donner une fourchette pour les performances effectivement obtenues lors de son application.

Théorème :

Si l'amplitude des perturbations non modélisées n'excède pas la constante vectorielle E_p , et si la sensibilité du critère de qualité de la commande par rapport aux perturbations n'excède pas la constante matricielle L_q , alors les performances effectivement réalisées ne peuvent pas s'écarter des performances prédites de plus de $\pm L_q E_p$.

$$\forall u \in \mathbf{u}, \forall p \in \mathbf{p}, |p| \leq E_p \Rightarrow |Q_c(u, M(u)) - Q_c(u, P(u, p))| \leq L_q |p|,$$

$$u^\circ = \arg \min_{u \in \mathbf{u}} \text{calc}\{Q_c(u, M(u))\}, \quad y_M^\circ = M(u^\circ), \quad y^\circ = P(u^\circ, p),$$

$$\Rightarrow Q_c(u^\circ, y^\circ) \in [Q_c(u^\circ, y_M^\circ) - E_p L_q, Q_c(u^\circ, y_M^\circ) + E_p L_q].$$

Démonstration:

Soit u° la commande calculée par le module de commande, pour laquelle le modèle interne M prédit une sortie $y_M^\circ = M(u^\circ)$, et un niveau de performances $Q_c(u^\circ, y_M^\circ)$. La commande est appliquée au procédé, et produit la sortie $y^\circ = P(u^\circ, p)$, différente de y_M° , à cause des erreurs de modélisation (vues comme étant l'effet des perturbations). Le niveau des performances effectivement obtenu est $Q_c(u^\circ, y^\circ)$.

La condition sur l'erreur de modélisation peut être particularisée pour u° :

$$u^\circ \in \mathbf{u}, \forall p \in \mathbf{p}, |p| \leq E_p \Rightarrow |Q_c(u^\circ, M(u^\circ)) - Q_c(u^\circ, P(u^\circ, p))| \leq L_q |p|,$$

d'où l'écart des performances est borné par :

$$|Q_c(u^\circ, y_M^\circ) - Q_c(u^\circ, y^\circ)| \leq L_q |p| \leq L_q E_p. \quad \blacksquare$$

Remarques :

1. Ce théorème se réfère à un horizon de prédiction donné. Pour un procédé discontinu, il peut être égal à la durée totale du cycle.
2. Les performances effectivement réalisées peuvent non seulement se dégrader, mais aussi s'améliorer, si la modélisation est "pessimiste".
3. Le théorème se place dans des conditions défavorables, car il compare l'évolution du procédé et de son modèle en boucle ouverte. Pour des procédés stables en boucle ouverte et relativement bien modélisés, il donne des marges utiles pour une analyse pratique. Même s'il est en principe applicable aux procédés instables, la sensibilité L_q peut s'avérer très grande, même pour des faibles erreurs paramétriques et des horizons de prédiction raisonnables.
4. La constante L_q représente une borne sur la sensibilité du critère de qualité par rapport aux perturbations. Les performances peuvent aussi être jugées par rapport à la vraie fonction de coût F_c , au lieu de Q_c , si la satisfaction des contraintes est assurée par ailleurs, ce qui

permet parfois d'obtenir des marges L_q plus étroites. L'effet des perturbations peut aussi être analysé séparément pour chaque sortie.

3.8.2. Ecart maximal entre les performances optimales réalisables avec le procédé et avec son modèle

Le théorème suivant permet d'apprécier si la qualité du modèle est suffisante pour trouver l'optimum du critère de qualité de la commande avec la précision souhaitée.

Théorème :

Si l'amplitude des perturbations non modélisées n'excède pas la constante vectorielle E_p , et si la sensibilité du critère de qualité de la commande par rapport aux perturbations n'excède pas la constante matricielle L_q , alors l'écart entre les meilleures performances théoriquement réalisables sur le procédé, et les performances optimales prédites par le modèle, ne dépasse pas $\pm L_q E_p$.

$$\forall u \in \mathbf{u}, \forall p \in \mathbf{p}, |p| \leq E_p \Rightarrow |Q_c(u, M(u)) - Q_c(u, P(u, p))| \leq L_q |p|,$$

$$u^\circ = \arg \min_{u \in \mathbf{u}} \{Q_c(u, M(u))\}, \quad y_M^\circ = M(u^\circ),$$

$$\{u^*, p^*\} = \arg \min_{u \in \mathbf{u}, |p| \leq E_p} \{Q_c(u, P(u, p))\}, \quad y^* = P(u^*, p^*),$$

$$\Rightarrow Q_c(u^*, y^*) \in [Q_c(u^\circ, y_M^\circ) - L_q E_p, Q_c(u^\circ, y_M^\circ) + L_q E_p].$$

Démonstration :

Soit u^* la commande, en général impossible à déterminer, qui minimise le critère de qualité Q_c , en étant appliquée au vrai procédé P , pour la plus favorable perturbation p^* d'amplitude inférieure à E_p :

$$\{u^*, p^*\} = \arg \min_{u \in \mathbf{u}, |p| \leq E_p} \{Q_c(u, P(u, p))\}, \quad y^* = P(u^*, p^*),$$

et u° la commande optimale du point de vue du modèle disponible M :

$$u^\circ = \arg \min_{u \in \mathbf{u}} \{Q_c(u, M(u))\}, \quad y_M^\circ = M(u^\circ).$$

L'effet de la perturbation sur le critère de qualité est :

$$\forall u \in \mathbf{u}, |p| \leq E_p, \quad |Q_c(u, M(u)) - Q_c(u, P(u, p))| \leq L_q |p|.$$

En particulier aux conditions opératoires u° , u^* et p^* , il résulte :

$$-L_q E_p \leq Q_c(u^\circ, M(u^\circ)) - Q_c(u^\circ, P(u^\circ, p^*)) \leq L_q E_p,$$

$$-L_q E_p \leq Q_c(u^*, M(u^*)) - Q_c(u^*, P(u^*, p^*)) \leq L_q E_p.$$

Par ailleurs, u^* est la commande optimale pour le procédé :

$$Q_c(u^*, P(u^*, p^*)) \leq Q_c(u^\circ, P(u^\circ, p^*)),$$

et u° la commande optimale pour le modèle :

$$Q_c(u^\circ, M(u^\circ)) \leq Q_c(u^*, M(u^*)).$$

Nous pouvons écrire :

$$Q_c(u^\circ, M(u^\circ)) - Q_c(u^*, P(u^*, p^*)) \leq Q_c(u^*, M(u^*)) - Q_c(u^*, P(u^*, p^*)) \leq L_q E_p,$$

et aussi :

$$Q_c(u^\circ, M(u^\circ)) - Q_c(u^*, P(u^*, p^*)) \geq Q_c(u^\circ, M(u^\circ)) - Q_c(u^\circ, P(u^\circ, p^*)) \geq -L_q E_p,$$

d'où finalement

$$|Q_c(u^\circ, M(u^\circ)) - Q_c(u^*, P(u^*, p^*))| \leq L_q E_p. \quad \blacksquare$$

3.8.3. Perte maximale des performances, due à l'optimisation avec une précision limitée

Le résultat suivant permet d'apprécier si la qualité de l'algorithme d'optimisation est suffisante pour trouver l'optimum du critère de qualité de la commande avec la précision souhaitée.

Théorème :

Si dans le temps de calcul alloué, l'algorithme numérique d'optimisation de la commande permet de trouver le vecteur des paramètres qui caractérisent la commande optimale avec une précision d'au moins E_u , et si la sensibilité du critère de qualité de la commande par rapport à ces paramètres n'excède pas la constante matricielle L_Q , alors la valeur du critère calculée numériquement ne diffère de la "vraie" valeur optimale de plus de $L_Q E_u$.

$$\underline{u}^\circ = \arg \min_{u(\underline{u}) \in \mathbf{u}} \{Q_c(\underline{u}, M(\underline{u}))\},$$

$$\underline{u}^* = \arg \min_{u(\underline{u}) \in \mathbf{u}} \{Q_c(\underline{u}, M(\underline{u}))\},$$

$$|\underline{u}^\circ - \underline{u}^*| \leq E_u,$$

$$|\underline{u}_1 - \underline{u}_2| \leq E_u \Rightarrow |Q_c(\underline{u}_1, M(\underline{u}_1)) - Q_c(\underline{u}_2, M(\underline{u}_2))| \leq L_Q |\underline{u}_1 - \underline{u}_2|,$$

$$\Rightarrow Q_c(\underline{u}^\circ, M(\underline{u}^\circ)) - Q_c(\underline{u}^*, M(\underline{u}^*)) \leq L_Q E_u.$$

Démonstration :

Soit u° la commande trouvée et u^* la commande optimale, avec le modèle considéré. La différence des valeurs du critère de qualité de la commande peut s'écrire comme :

$$0 \leq Q_c(\underline{u}^\circ, M(\underline{u}^\circ)) - Q_c(\underline{u}^*, M(\underline{u}^*)) \leq L_Q |\underline{u}^\circ - \underline{u}^*| \leq L_Q E_u \quad \blacksquare$$

Remarque :

La quantité $L_Q E_u$ représente une borne sur la sensibilité totale du critère par rapport aux paramètres qui décrivent la commande, y compris à travers leurs effets sur les sorties.

3.9. Illustration des résultats sur la robustesse des performances

Cette section offre quelques exemples très simplifiés permettant d'illustrer l'utilisation des théorèmes sur la robustesse des performances. Des applications plus complètes sont présentées dans les chapitres 4 et 5.

3.9.1. Ecart maximal entre performances prédites et performances réalisées

Un modèle M prédit la quantité de produit obtenue dans un fermenteur discontinu P , sans tenir compte de la température. La température est contrôlée à $E_p = 0,5^\circ\text{C}$ près, à l'aide d'un régulateur indépendant.

La quantité finale de produit intervient linéairement dans le critère de qualité, avec un coefficient de 10 F/kg, et la sensibilité de la qualité finale par rapport à la température (dans le domaine de $\pm 0,5^\circ\text{C}$) ne dépasse pas 6 kg/ $^\circ\text{C}$ ($L_q = 10 \cdot 0,5 = 5 \text{ F}/^\circ\text{C}$).

Ces éléments permettent de dire que le coût réel sera situé autour du coût prédit par le modèle avec une tolérance de $E_p L_q = 30 \text{ F}$.

3.9.2. Ecart maximal entre les performances optimales réalisables avec le procédé et avec son modèle

Un modèle M prédit la quantité de produit obtenue dans un fermenteur discontinu P , sans tenir compte de la température. La température est contrôlée à $E_p = 0,5^\circ\text{C}$ près, à l'aide d'un régulateur indépendant.

La quantité finale de produit intervient linéairement dans le critère de qualité, avec un coefficient 10 F/kg, et la sensibilité de la qualité finale par rapport à la température (dans le domaine de $\pm 0,5^\circ\text{C}$) ne dépasse pas 6 kg/ $^\circ\text{C}$ ($L_q = 10 \cdot 0,5 = 5 \text{ F}/^\circ\text{C}$).

Nous pouvons espérer d'approcher le "vrai" optimum du procédé à $E_p L_q = 30 \text{ F}$ près. Autrement dit, on pourrait éventuellement gagner 30 F par cycle maximum, en améliorant le modèle jusqu'à la perfection.

3.9.3. Perte maximale des performances, due à l'optimisation avec une précision limitée

Les paramètres qui décrivent le profil d'alimentation d'un procédé discontinu sont les valeurs du débit de substrat sur 5 intervalles de temps, dont la durée est respectivement de 10, 20, 50, 100 et 200 min. La variation de la quantité finale de produit par rapport au débit d'alimentation sur chacun des intervalles n'excède pas 30 kg/(L/min). L'algorithme numérique d'optimisation de la commande permet de trouver le profil d'alimentation optimal avec une précision de $E_u = [0,1 \ 0,1 \ 0,1 \ 0,1 \ 0,1]^T$ L/min pour chaque intervalle.

Sachant que le substrat coûte 0,5 F/L et le produit final 10 F/kg, et que le coût total du substrat consommé et le coût du produit final interviennent linéairement dans le critère de qualité de la commande, nous pouvons estimer que la sensibilité du critère de qualité par rapport à chaque paramètre de la commande n'excède pas :

$$\begin{aligned} L_Q &= 0,5 \cdot [10 \ 20 \ 50 \ 100 \ 200] + 10 \cdot [30 \ 30 \ 30 \ 30 \ 30] \\ &= [305 \ 310 \ 325 \ 350 \ 400] \text{ FL}^{-1} \text{ min.} \end{aligned}$$

On peut en déduire que le coût optimal ne diffère du coût trouvé de plus de $L_Q E_u = 169 \text{ F}$.

3.10. Conclusion

Ce chapitre propose une description mathématique rigoureuse de l'algorithme de commande prédictif optimal. Les propriétés examinées sont la stabilité du système de commande en boucle fermée, dans le sens entrée bornée, sortie bornée, ainsi que les performances, exprimés à travers un critère de qualité qui combine la fonction de coût pour l'optimisation de la commande et les éventuelles contraintes. Les concepts théoriques sont illustrés à travers des exemples simples. Des exemples plus complets sont donnés dans les chapitres suivants.

La loi de commande est calculée en minimisant sous contraintes une fonctionnelle qui fait intervenir les prédictions du modèle interne du procédé. Toute loi de commande dont l'expression analytique est connue, peut être mise sous cette forme. Si la forme analytique des contraintes est convenablement choisie, il est possible de construire un critère de qualité de la commande dont l'optimum (sans contraintes) coïncide avec l'optimum (avec contraintes) du problème initial.

Si le procédé n'est pas perturbé, le modèle précis et l'optimisation de la commande exacte, alors la stabilité du système de commande en boucle fermée dépend uniquement des objectifs de la commande, définis par l'utilisateur à travers la fonctionnelle à optimiser et les contraintes : L'optimum doit être atteint pour des comportements stables. Cette propriété ne garantit pas un comportement stable lors de la mise en œuvre, à cause de ses hypothèses peu réalistes, mais permet de vérifier si les objectifs de la commande sont bien formulés.

Nous examinons aussi le cas où le procédé est perturbé, le modèle imparfait et l'optimisation de la commande se fait avec une précision limitée. Pour les procédés stables en boucle ouverte, il est possible de garantir la stabilité en boucle fermée (dans le sens entrée bornée, sortie bornée) en assurant, lors de la mise en œuvre, le respect prioritaire des contraintes sur la commande appliquée, indépendamment des résultats de l'optimisation. Pour les procédés instables en boucle ouverte, il est nécessaire de limiter l'horizon de prédiction et de faire des hypothèses sur l'erreur de modélisation maximale et la précision avec laquelle la commande optimale est calculée.

Les perturbations, les erreurs de modélisation et l'optimisation approximative de la commande se traduisent par une modification (dégradation ou amélioration) des performances globales du système de commande, exprimées à travers le critère de qualité. Nous proposons une méthode pour estimer la modification maximale, à partir de l'amplitude des perturbations, de la précision avec laquelle est calculée la commande optimale et de la sensibilité du critère de qualité par rapport à ces facteurs. Il est ainsi possible d'apprécier si la qualité du modèle et de l'algorithme d'optimisation de la commande sont suffisantes pour le but proposé.

4. Séchage du maïs avec respect de la qualité amidonnière

4.1. Introduction

Ce chapitre décrit l'application de notre algorithme de commande au séchage des céréales par air chaud. Notre laboratoire a une longue tradition dans la recherche et les applications industrielles dans le domaine de séchage. C'est une opération largement utilisée en industries alimentaires ; rien qu'en France plus de 12 millions de tonnes de céréales sont traitées chaque année. Toute amélioration de la stratégie de commande de ce type de procédé, visant notamment une meilleure maîtrise des paramètres de qualité et une réduction des coûts (temps, énergie), est susceptible d'engendrer des bénéfices économiques considérables.

L'exemple du séchage est un bon support pour illustrer l'algorithme de commande décrit dans les chapitres précédents, car il met en évidence des aspects difficiles à prendre en compte par les méthodes de l'automatique classique (Moreira et Bakker-Arkema 1992). Le compromis entre l'augmentation de la productivité et les contraintes de qualité du produit apparaît explicitement, et notre méthode permet de gérer ce compromis en temps réel, compte tenu des propriétés réelles du produit et des éventuelles perturbations.

Le comportement du produit est fortement non linéaire (Trelea *et al.* 1997b), le principal paramètre de qualité n'est pas mesurable en ligne, et la dégradation de la qualité est irréversible. La commande prédictive avec modèle interne non linéaire et prise en compte des contraintes de qualité s'avère un outil bien adapté à ce type de procédé (Trelea *et al.* 1997e).

4.2. Matériel

4.2.1. Séchoir pilote

L'application est réalisée sur le séchoir pilote à air chaud, qui a été construit et se trouve au laboratoire de séchage INRA-GIA, à l'ENSIA de Massy. Le séchoir permet un contrôle rigoureux des paramètres de l'air de séchage (température, humidité, vitesse) et la mesure en ligne de la teneur en eau du produit, par perte de masse. Le schéma du séchoir est représenté dans la figure 4.1.

Le matériel permet d'obtenir des températures de l'air entre 20 et 120°C, des vitesses de l'air en dehors de la couche de produit de 0 à 5 m/s, et des humidités relatives entre la valeur ambiante et 100 %. L'action grossière sur la température se fait par la mise en marche sélective des résistances de chauffe, tandis que la régulation fine utilise une résistance commandée en tension, de façon continue. L'humidité de l'air est modifiée par injection contrôlée de vapeur, et la vitesse en agissant sur la fréquence d'alimentation du ventilateur.

La température et l'humidité de l'air sont déterminées avant et après le produit. La couche du produit peut avoir de 0 à 500 mm d'épaisseur, pour un diamètre du tamis de 300 mm. Les températures de l'air, et éventuellement dans la couche de produit, sont mesurées avec des thermocouples cuivre - constantan. Une caméra infrarouge IRCON MODLINE 3600 permet d'accéder à la température à la surface du produit. Les capteurs capacitifs d'humidité relative sont de type CORECI, à base de polymère hygroscopique. La vitesse de l'air est déterminée par mesure différentielle de pression, avec un capteur ANNUBAR. Les trois

paramètres de l'air sont contrôlés par des régulateurs PID de type GULTON WEST 2073 MICROTUNE. Le produit est pesé en ligne avec une balance électronique METTLER, avec une précision de 0,1 g, après déviation du courant d'air.

L'ensemble du séchoir est contrôlé à partir d'un ordinateur PC 486/66MHz sous Windows 3.11, à travers une centrale de mesure SAM 80 (AOIP). La connexion série utilise le protocole RS 232C, à une vitesse de 2400 Bauds. Le logiciel de supervision est développé en Visual Basic, dans notre laboratoire.

4.2.2. Conditions expérimentales

Les expériences ont été effectuées en couche "mince" (épaisseur de la couche de 20 mm), ce qui correspond à 500 g de produit humide environ pour un lot. L'humidité de l'air est ambiante (8 g de vapeur d'eau par kg d'air sec environ), ce qui donne une humidité relative de l'air avant le produit entre 4 et 8 %, pour la gamme de températures de 55 à 70°C utilisée.

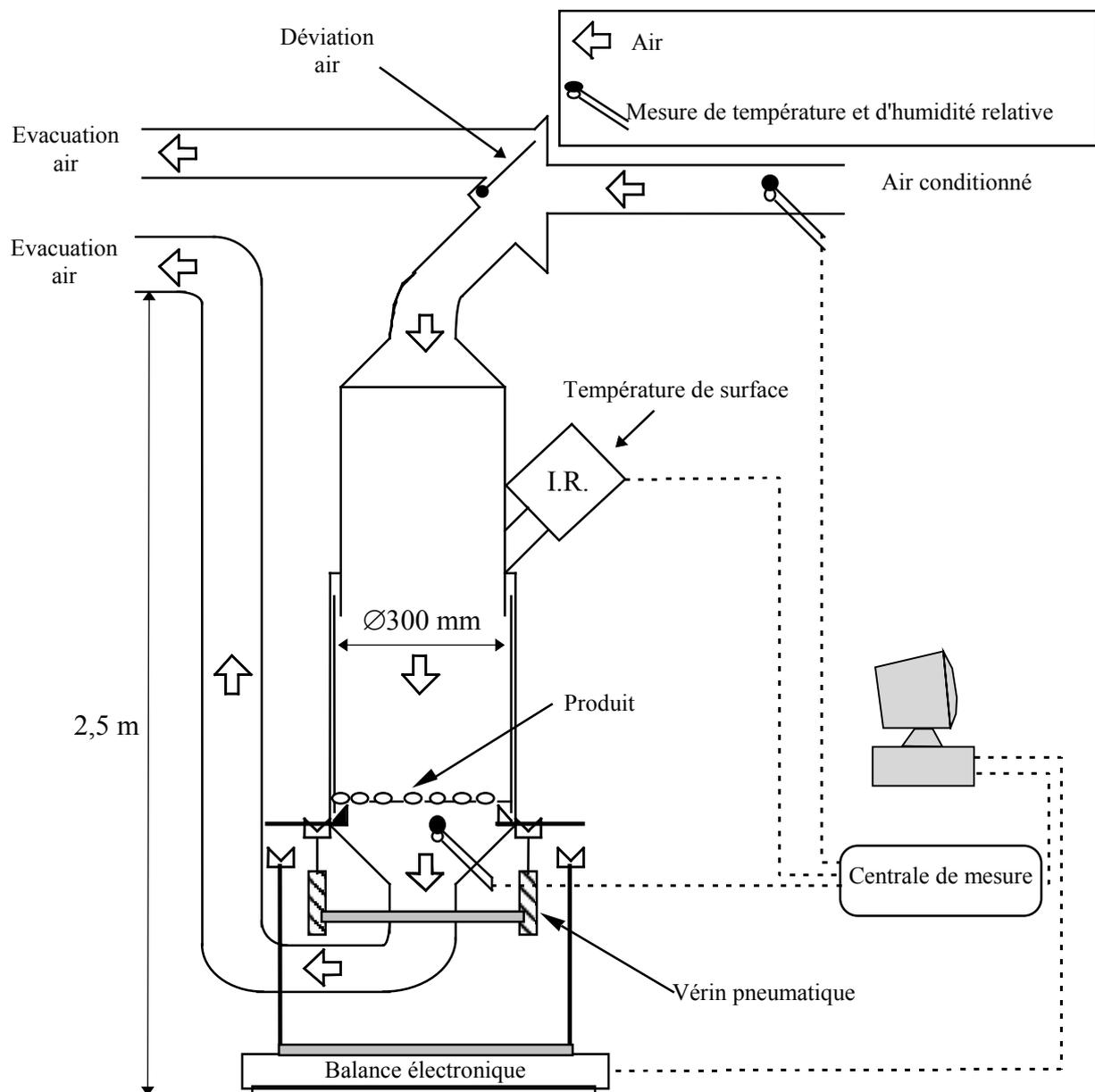


Figure 4.1. Schéma du séchoir pilote.

La vitesse de l'air avant la couche de produit est de 2 m/s, ce qui assure des conditions de séchage uniformes dans toute la couche.

La période d'échantillonnage est de 500 s, pour une durée typique du cycle de 10000 s. Une période trop courte perturbe excessivement le séchage, car pour chaque détermination de teneur en eau, le produit est pesé, et l'air dévié pendant 20 s en moyenne. Une période trop longue ne permet pas à l'algorithme de commande de réagir en temps utile face aux perturbations.

La teneur en eau initiale du produit a été déterminée selon la norme AFNOR V03-708, par les méthodes dites "méthode pratique sur des grains entiers" (séchage à l'étuve à 130°C, pendant 38 h) et "méthode de référence pratique" (séchage à l'étuve à 130°C pendant 4 h du maïs pré conditionné et broyé). Une balance automatique MA 30 avec séchage par infrarouges pendant 90 min a été aussi utilisée après calibration sur les méthodes précédentes.

La qualité amidonnière est un paramètre largement utilisé dans la filière du maïs. Elle exprime la possibilité de séparer l'amidon des protéines pendant le traitement industriel. La qualité amidonnière est exprimée en unités d'absorbance, dans le test de "turbidité" (Le Bras et Beaux 1984), qui mesure les protéines salino - solubles par spectrophotométrie. La précision du test est de 0.05 unités d'absorbance environ. Le test ne peut pas être effectué assez rapidement pour fournir des résultats exploitables en ligne par retour de sortie : En début de séchage, le maïs est humide et doit être pré conditionné pendant plusieurs heures. Vers la fin, le conditionnement n'est pas nécessaire, mais les résultats ne sont pas disponibles avant une heure.

4.2.3. Produit

Le maïs a été choisi pour nos expériences, à cause des nombreuses connaissances préalablement acquises sur ses cinétiques de séchage et de dégradation de la qualité (Courtois 1991).

Pour établir les cinétiques expérimentales de séchage et valider l'algorithme de commande, nous avons travaillé sur du maïs Dekalb 485, en provenance du sud ouest de la France, récolté en 1992, égrené à la main, séché à température ambiante. Le maïs a été ré humidifié avant chaque expérience, par trempage dans l'eau pendant 24 h à 4°C. La teneur en eau ainsi obtenue est de 0,45 kg d'eau/kg de maïs sec. Par un trempage plus long (120 h) il est possible d'augmenter la teneur en eau jusqu'à 0,7 kg/kg.

La qualité amidonnière initiale de notre maïs se situe autour de 0,8 unités d'absorbance. Pour les cinétiques de dégradation, des nouvelles données expérimentales n'ont pas été obtenues, à cause du coût élevé des nombreux tests de turbidité nécessaires. L'évolution de la qualité amidonnière pendant le séchage a été calculée avec le modèle de connaissance établi par Courtois (1991) à partir d'un grand nombre de cinétiques expérimentales (1989 et 1990, maïs DEA). Dans le cadre de notre étude, les résultats fournis par ce modèle jouent le rôle des "vraies" valeurs de la qualité.

4.3. Méthodes

4.3.1. Formulation mathématique du problème de commande

Ce paragraphe décrit le problème pratique que nous proposons de résoudre, ainsi que sa mise sous une forme compatible avec l'algorithme de commande décrit dans le chapitre 2.

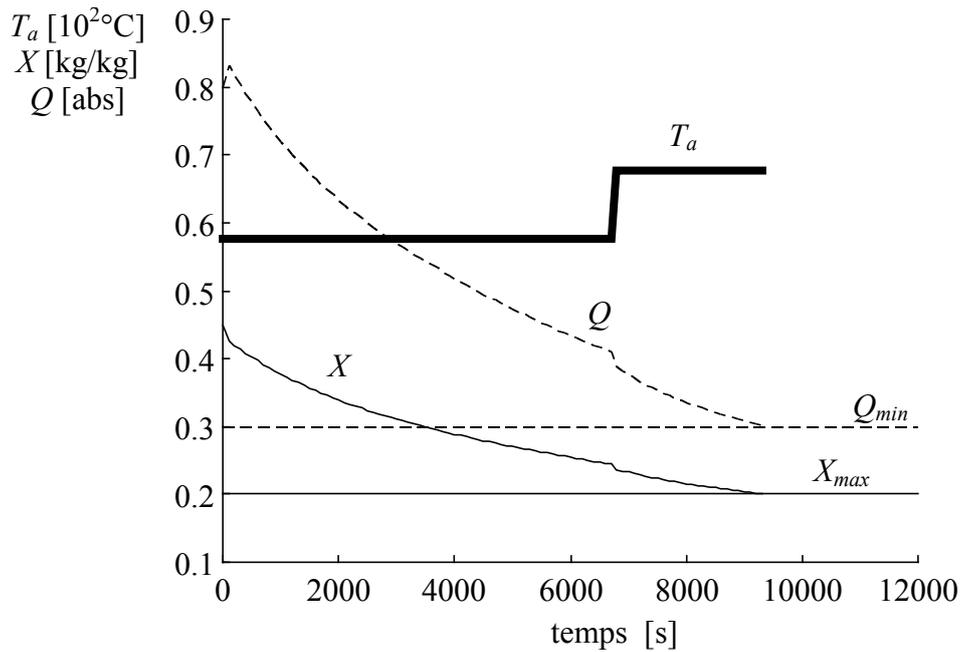


Figure 4.2. Evolution des principales variables lors d'une expérience de séchage typique.

4.3.1.1. Variables du procédé

La figure 4.2 présente l'évolution dans le temps des principales variables du procédé, lors d'une expérience de séchage typique.

L'état du procédé à un moment donné t est caractérisé par la teneur en eau du produit X , sa température T et sa qualité amidonnaire Q . En toute rigueur, on devrait considérer la distribution de ces paramètres à l'intérieur de la couche de produit, et même à l'intérieur du grain (Courtois *et al.* 1991). Pour le produit utilisé (grain de taille réduite, conductivité thermique élevée) et dans les conditions décrites, (couche mince, vitesse de l'air élevée), la confrontation des simulations avec les données expérimentales montre que cette distribution peut être négligée.

Les variables mesurées sont les paramètres de l'air (température T_a , humidité relative H_a et vitesse V_a), ainsi que la teneur en eau du produit X , par perte de masse (en connaissant la teneur en eau initiale, mesurée par une analyse de laboratoire, avant le début de l'expérience). Les mesures décrites ne donnent aucune information, même indirecte, sur la qualité amidonnaire Q .

Les variables de commande possibles sont les paramètres de l'air avant le produit T_a , H_a et V_a .

4.3.1.2. Critère d'optimisation et contraintes. Choix de la variable de commande

La tâche de l'algorithme de commande est de piloter le procédé de façon à minimiser le coût du séchage, supposé proportionnel au temps total du traitement et à l'énergie consommée. Les contraintes suivantes doivent être satisfaites:

1. La teneur en eau finale $X(t_F)$ ne doit pas dépasser une valeur limite spécifiée à l'avance, déduite à partir des considérations de stabilité biologique du grain, et prise ici comme $X_{max} = 0,2$ kg d'eau / kg de maïs sec.

2. La qualité amidonnaire finale $Q(t_F)$ ne doit pas tomber en dessous d'une valeur limite spécifiée à l'avance, déterminée par l'utilisation ultérieure du grain, et fixée ici arbitrairement à $Q_{min} = 0,3$ unités d'absorbance.
3. Les limites technologiques du séchoir ne doivent pas être dépassées.

La vitesse de séchage, et donc le temps total du traitement, est influencée par la température de l'air, son humidité relative et par sa vitesse. La qualité amidonnaire se dégrade quand la température du grain, qui se rapproche assez vite de celle de l'air, dépasse 45°C. La consommation énergétique augmente avec la température, la vitesse de l'air et la durée totale du séchage.

La variable d'action a été choisie à partir des considérations suivantes :

1. Afin d'augmenter la vitesse de séchage, l'humidité de l'air doit être la plus réduite possible. Notre séchoir n'a pas la possibilité de sécher artificiellement l'air avant son utilisation, et la plupart des séchoirs industriels non plus. Nous choisissons donc de travailler à teneur en eau de l'air ambiante, et pratiquement constante.
2. En couche mince la vitesse de l'air influence relativement peu la vitesse de séchage, au delà de 2 m/s. Du point de vue de la consommation énergétique, il convient de la maintenir la plus réduite possible. De plus, la plupart des séchoirs industriels ne permettent pas un réglage fin de ce paramètre. Dans cette étude nous choisissons de fixer la vitesse de l'air à la valeur usuelle de 2 m/s, mais ce choix devrait être reconsidéré pour un passage en couche épaisse.
3. La variable de commande la plus convenable reste la température de l'air. Elle est relativement facile à manipuler sur les séchoirs industriels, a une forte influence sur la vitesse de séchage, en partie à travers la modification de l'humidité relative de l'air (dont la teneur en eau est constante), ainsi que sur le dégradation de la qualité amidonnaire.

L'algorithme de commande détermine le profil temporel de la température de l'air de séchage, pour diminuer le coût et assurer le respect des contraintes. Le problème de commande peut être formulé mathématiquement de la façon suivante :

$$\min_{t_F, T_a(t), t \in [0; t_F]} W_t \cdot t_F + W_E \cdot E_F(T_a)$$

sujet à $X(t_F) \leq X_{max}$,

$$Q(t_F) \geq Q_{min},$$

$$\forall t \in [0; t_F], \quad T_{a\text{ amb}} \leq T_a(t) \leq T_{a\text{ max}},$$

où
$$E_F(T_a) = \int_0^{t_F} [T_a(t) - T_{a\text{ amb}}] dt.$$

Ici W_t est une constante qui représente l'importance relative du temps de traitement dans le coût total, W_E l'importance relative de la consommation d'énergie, E_F est proportionnelle à l'énergie totale consommée, $T_{a\text{ amb}} = 20^\circ\text{C}$ est la température de l'air ambiant, et $T_{a\text{ max}} = 90^\circ\text{C}$ est la température maximale utilisable pour le séchage du maïs.

Les inconnues sont le temps total de séchage t_F et les valeurs de la température de l'air T_a à chaque instant.

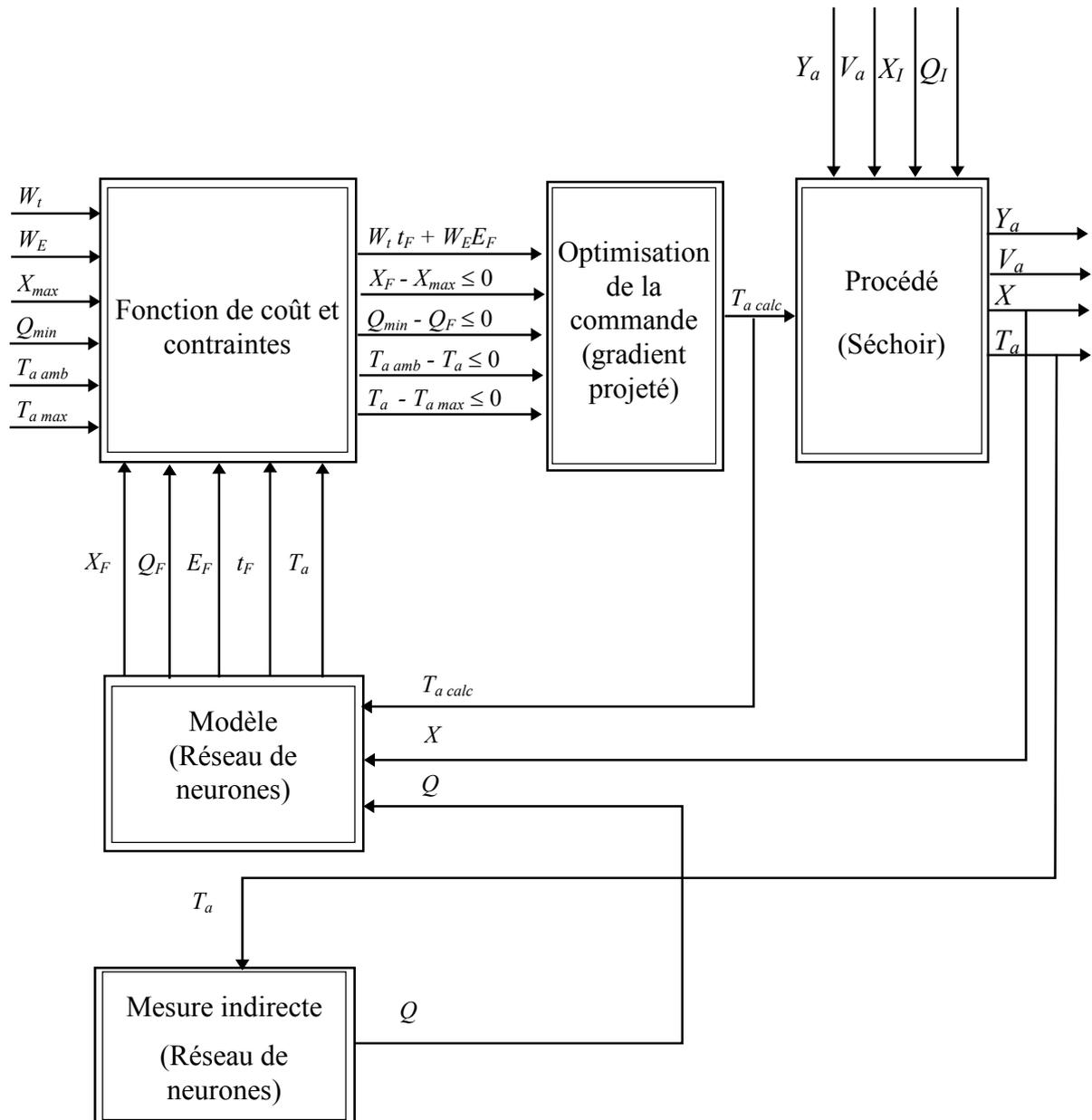


Figure 4.3. Schéma bloc de l'algorithme de commande du séchoir.

Le schéma bloc général de l'algorithme de commande (figure 2.1) est particularisé pour le cas du procédé de séchage dans la figure 4.3. Cette figure donne une vue d'ensemble sur la circulation de l'information entre les différentes composantes du module de commande.

4.3.1.3. Paramétrisation de la commande

Le problème de commande, tel qu'il a été formulé dans paragraphe précédent, est du domaine de l'optimisation dynamique, dans un espace de dimension infinie, car il demande la détermination d'une fonction du temps $T_a(t), \forall t \in [0; t_F]$. Afin de simplifier la mise en oeuvre, nous proposons de se ramener à un cas d'optimisation statique, d'un nombre fini et de préférence réduit de variable réelles, à travers une paramétrisation adéquate du profil de la commande.

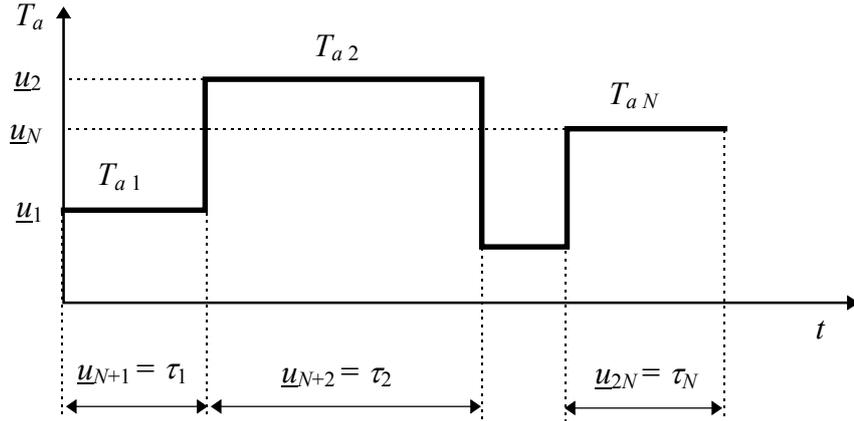


Figure 4.4. Paramétrisation d'un profil de température de l'air constant par morceaux.

Toute classe d'approximateurs de fonctions peut être envisagée (polynômes, splines, fonctions harmoniques, etc.). Dans notre cas, un profil de température constant par morceaux (figure 4.4) est convenable pour plusieurs raisons :

1. Le logiciel de supervision existant est capable d'assurer directement la poursuite de tels profils.
2. Le modèle interne utilisé permet des prédictions très rapides pour l'optimisation en ligne.
3. Les contraintes sur la température de l'air s'expriment sous forme de bornes simples, dont on peut facilement assurer la satisfaction prioritaire. Ceci évite de simuler le modèle interne en dehors de son domaine de validité, et de tomber sur des solutions irréalistes.

Soit N le nombre de paliers de température (nombre d'intervalles de température constante). Le profil de température est déterminé par $2N$ variables, N températures et N longueurs de chaque palier, groupées dans le vecteur \underline{u} :

$$\underline{u} = [T_{a1} \quad \dots \quad T_{aN} \quad \tau_1 \quad \dots \quad \tau_N]^T.$$

Avec cette notation, le problème de commande s'écrit :

$$\min_{\underline{u} \in \mathbf{R}^{2N}} F_c(\underline{u})$$

sujet à $C_c(\underline{u}) \leq 0$,

$$\text{où } F_c(\underline{u}) = W_t \sum_{i=1}^N u_{i+N} + W_E \sum_{i=1}^N u_{i+N} [u_i - T_{a \text{ amb}}],$$

$$C_{c1}(\underline{u}) = X(\underline{u}) - X_{max}$$

$$C_{c2}(\underline{u}) = Q_{max} - Q(\underline{u})$$

$$C_{c2+i}(\underline{u}) = u_i - T_{amax}, \quad i = \overline{1, N}$$

$$C_{c2+n+i}(\underline{u}) = T_{amin} - u_i, \quad i = \overline{1, N}$$

$$C_{c2+2n+i}(\underline{u}) = u_i - \tau_{max}, \quad i = \overline{1, N}$$

$$C_{c2+3n+i}(\underline{u}) = \tau_{min} - \underline{u}_i, \quad i = \overline{1, N}.$$

Ici $\tau_{min} = 100$ s et $\tau_{max} = 10000$ s sont les longueurs extrêmes des paliers, pour lesquelles le modèle interne peut être simulé avec une précision acceptable.

La fonction de coût F_c n'est ni linéaire, ni quadratique définie positive, car elle fait intervenir des produits des variables différentes. Les 2 premières contraintes sont non linéaires car elles résultent des simulations du modèle interne, qui est non linéaire par rapport à la température et au temps. Les $4N$ dernières contraintes sont des bornes simples, dont la satisfaction prioritaire peut être assurée.

4.3.2. Modèle interne à base de réseaux de neurones

4.3.2.1. Rôle du modèle interne

Dans le cadre du fonctionnement en temps réel de l'algorithme de commande, le modèle interne a un double rôle :

1. Mesure indirecte de qualité amidonnière. La qualité amidonnière n'est pas mesurable en ligne. Seule sa valeur initiale est connue, à la suite d'une analyse de laboratoire préalable. Afin de connaître l'état du procédé à tout instant, la qualité est obtenue en simulant le modèle depuis le début de l'expérience jusqu'à l'instant présent.
2. Prédicteur de la teneur en eau et de la qualité amidonnière. A chaque période d'échantillonnage, l'optimisation du profil de température restant est basé sur la prédiction de la teneur en eau et de la qualité amidonnière jusqu'à la fin de l'expérience de séchage, à partir de l'état présent.

4.3.2.2. Choix du modèle interne

Une grande variété de modèles a été proposée pour décrire le séchage de différents produits, plus rarement avec prise en compte des paramètres de qualité. Les modèles physiques, basés sur la description des mécanismes de diffusion (Aguerre et Suarez 1992), et parfois des réactions chimiques, s'expriment sous forme d'équations différentielles avec dérivées partielles, non linéaires et couplées (Cenkowski *et al.* 1993). Le nombre de paramètres à estimer à partir des données expérimentales est réduit, et la zone de validité étendue, mais les simulations numériques demandent des logiciels spécialisés et prennent beaucoup de temps. Les modèles peuvent être simplifiés en utilisant une approche semi empirique (Toyoda 1988; Courtois *et al.* 1991), en considérant uniquement le comportement macroscopique, mais il reste à résoudre des équations différentielles ordinaires non linéaires.

Les modèles de représentation empiriques approximent les courbes de séchage par des segments de droite (Daudin 1982), des polynômes d'ordre élevé (Techasena *et al.* 1992), ou réseaux de neurones (Dornier *et al.* 1993). Les modèles de ce type ont un domaine de validité plus restreint, mais demandent un nombre limité d'opérations arithmétiques pour la simulation et pas de logiciel spécialisé.

L'optimisation de la commande demande plusieurs simulations du modèle dans une période d'échantillonnage. Dans une perspective d'implémentation de l'algorithme dans un outil de type automate programmable, la complexité du modèle et de son simulateur doivent être réduites au minimum. Dans ces conditions, notre choix s'est arrêté sur les modèles connexionistes de type réseaux de neurones (Grondin Perez 1994; Acuna 1995; Latrille 1994; Chen et Weigand 1994; Song et Park 1993; Huang et Mujumdar 1993), pour les raisons suivantes :

- 1.° Les réseaux de neurones sont capables d'apprendre la dynamique du processus à partir des données expérimentales, avec une fonction de filtrage non linéaire. Par rapport aux approximateurs de fonctions traditionnels, comme les polynômes et les séries de Fourier, les réseaux de neurones donnent une interpolation plus "lisse" entre les points expérimentaux, ont des sorties bornées, et dans un sens statistique, demandent moins de coefficients ajustables, surtout si le nombre de variables d'entrée (facteurs d'influence) est élevé (Hornik *et al.* 1994).
2. La simulation d'un réseau de neurones n'est pas plus difficile que celle d'une fonction de transfert classique, avec l'avantage supplémentaire de pouvoir modéliser des comportements non linéaires, ce qui est essentiel dans notre cas.

Le principe et la structure interne des réseaux de neurones pour l'approximation des fonctions utilisés dans cette application est décrit dans (Trelea *et al.* 1997b) et rappelé dans l'annexe 4.

4.3.2.3. Réseaux avec temps explicite en entrée

Le problème de commande formulé demande la modélisation de la teneur en eau et de la qualité amidonnaire du maïs en fonction de leurs valeurs initiales, du temps et des conditions opératoires. Une possibilité est représentée dans la figure 4.5.

Le temps apparaît comme variable explicite, et le réseau est en fait une fonction statique qui donne la teneur en eau (et respectivement la qualité amidonnaire) du maïs, au bout d'un temps de séchage donné, en connaissant la teneur en eau (et respectivement la qualité) initiale, et les conditions de séchage *constantes* sur l'horizon considéré. Les réseaux avec temps explicite sont utilisés comme modèle de prédiction, puisque la température future est considérée constante sur des longs intervalles.

Nos réseaux ont appris le séchage à des températures comprises entre 40 et 90°C, à une vitesse de l'air de 2 m/s et une humidité de 8 g d'eau/kg d'air sec, ce qui est suffisant, car ils ne sont utilisés que dans ces conditions, et permet de limiter le nombre de données expérimentales (5 cinétiques à 40, 50, 60, 70 et respectivement 90°C).

La prise en compte de la vitesse et de l'humidité de l'air comme variables d'entrée du réseau demanderait un nombre très élevé de cinétiques ($5^3 = 125$ si 5 valeurs pour chaque paramètre sont considérées) car une modélisation correcte demande un balayage de toutes les combinaisons des entrées. Il faut souligner qu'une seule cinétique fournit un grand nombre de combinaisons temps - teneur en eau (et respectivement qualité) initiale.

Dans nos réseaux, la dépendance de la vitesse de dégradation de la qualité par rapport à la teneur en eau (Courtois *et al.* 1991), n'apparaît pas explicitement. L'information se trouve partiellement dans les cinétiques de séchage fournies en apprentissage, puisque le produit subit simultanément les deux transformations. D'un point de vue théorique ce n'est pas satisfaisant, car les sensibilités de la teneur en eau et de la qualité par rapport à la température et au temps de séchage sont différentes (§4.4.2), et les deux variables peuvent avoir des évolutions indépendantes, qui ne se retrouvent pas dans les exemples fournis.

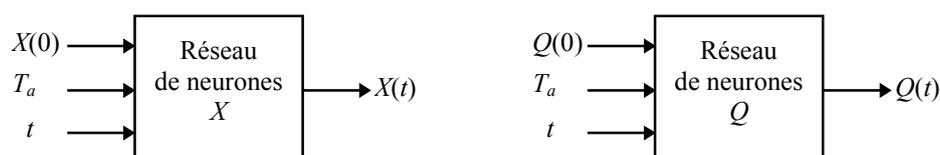


Figure 4.5. Réseaux de neurones avec temps explicite en entrée.

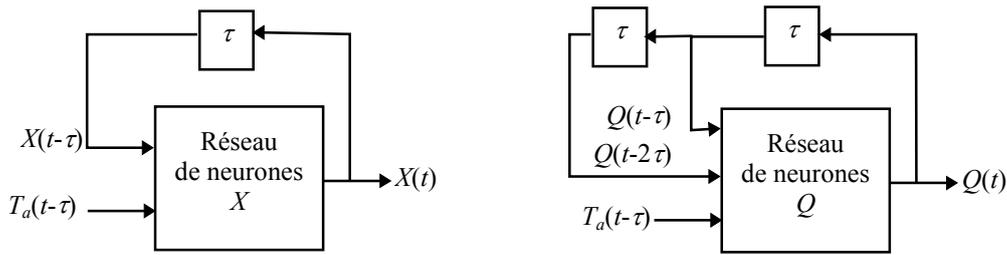


Figure 4.6. Réseaux de neurones récurrents.

La prise en compte de la teneur en eau comme une entrée supplémentaire du réseau de qualité n'a pas été retenue pour des considérations pratiques. Avec les cinétiques de séchage dont nous disposons, le réseau n'arrive pas à déceler correctement l'influence de la teneur en eau, et les résultats en test (sur des cinétiques non utilisées en apprentissage) sont moins bons que pour la configuration présentée dans la figure 4.5.

4.3.2.4. Réseaux récurrents

La principale difficulté avec les réseaux à temps explicite est de faire des simulations en conditions variables, nécessaires par exemple dans l'estimation de la valeur courante de la qualité amidonnière : Depuis le début de l'expérience jusqu'à l'instant présent, la température mesurée est différente à chaque période d'échantillonnage.

Il est possible de faire de nombreuses simulations sur des horizons courts, en utilisant la valeur finale calculée précédemment comme point de départ. Un phénomène de cumul des erreurs de modélisation sur chaque pas apparaît, qui fait qu'au bout de plusieurs paliers le résultat est inutilisable.

Les réseaux récurrents (figure 4.6) sont spécialement conçus pour des simulations à température variable. Le cumul des erreurs ne se manifeste pas, car l'apprentissage se fait en minimisant l'erreur lors des simulations récurrentes (Narendra et Parthasarathy 1990).

Une récurrence d'ordre 1 est suffisante pour la teneur en eau, tandis que pour la qualité amidonnière, deux valeurs précédentes s'avèrent nécessaires. Une explication possible vient du fait que la dégradation de la qualité ne dépend pas directement de la température de l'air, mais de la température du grain, qui réagit avec une certaine inertie. Même si la température du grain n'est pas calculée explicitement, le modèle (entrée - sortie) de la qualité doit être d'ordre 2 pour une modélisation acceptable.

D'autres facteurs d'influence, comme la teneur en eau et la vitesse de l'air, ainsi que la teneur en eau du grain pour la qualité, n'ont pas été introduits pour les raisons exposées dans le paragraphe précédent.

4.3.2.5. Apprentissage et test des réseaux

Les coefficients des réseaux (annexe 4) sont calculés dans la phase d'apprentissage, en minimisant une norme quadratique des erreurs de modélisation par rapport aux données expérimentales. Les données utilisées dans ce processus forment la base d'apprentissage.

Pour l'apprentissage des réseaux avec temps explicite, la boîte à outils pour réseaux de neurones du logiciel Matlab (Demuth et Beale 1993) contient un logiciel adapté. Pour les réseaux récurrents, nous avons créé notre propre logiciel, sur la base de la fonction pour la minimisation de sommes de carrés contenue dans la boîte à outils pour optimisation de Matlab (Grace 1994), selon les principes exposés par Narendra (1990).

4.3.3. Algorithmes d'optimisation sous contraintes

4.3.3.1. Calcul hors ligne d'un profil de commande optimal

Avant de démarrer une expérience de séchage, un profil de température optimal est pré calculé pour toute la durée du cycle. Il permet de vérifier que le problème est bien posé (qu'un profil optimal raisonnable existe), et d'estimer les performances nominales, c'est à dire les performances obtenues si le modèle était exact, et s'il n'y avait pas de perturbations. Il n'est appliqué que pendant la première période d'échantillonnage, avant que l'algorithme d'optimisation ait le temps de calculer la première valeur de la commande basée sur le retour de sortie (§3.7.2). Un bon profil de commande calculé hors ligne simplifie la tâche de l'algorithme d'optimisation, qui l'utilise comme point de départ.

Un algorithme numérique de type programmation quadratique séquentielle (SQP) (Fletcher 1987), de la boîte à outils pour optimisation de Matlab (Grace 1994), est utilisée pour l'optimisation hors ligne. La méthode demande des moyens de calcul relativement puissants, et dans la plupart des cas trouve la solution avec une précision élevée dans une vingtaine d'itérations environ. Cette version de l'algorithme ne permet pas un respect prioritaire des contraintes, et fait parfois de grands pas en dehors de la zone de validité du modèle, ce qui rendrait dangereuse son utilisation en ligne.

4.3.3.2. Corrections en ligne du profil de commande optimal

L'un des objectifs de cette étude était de montrer que la commande prédictive optimale peut fonctionner avec des moyens de calcul modestes, éventuellement de type automate programmable. Pour l'optimisation en ligne nous avons développé un algorithme d'optimisation sous contraintes plus simple, de type gradient projeté, dont la description détaillée est donnée dans l'annexe 5.

La méthode est prévue pour faire des petites corrections d'un profil de commande presque optimal, en tenant compte des dernières mesures effectuées sur le procédé, et de compenser ainsi les erreurs de modélisation et les perturbations. Une seule itération est effectuée par période d'échantillonnage. La convergence à chaque optimisation n'est pas nécessaire, car des perturbations imprévisibles arrivent à tout instant, la température peut être contrôlée avec une précision limitée et le temps de séchage à une période d'échantillonnage près. Nous avons préféré un algorithme rapide avec un temps d'exécution connu à l'avance.

L'implémentation de cet algorithme ne demande que des opérations d'algèbre linéaire dans un espace de faible dimension, les seules opérations non linéaires étant des décisions basées sur des simples comparaisons.

4.4. Résultats et discussion

4.4.1. Validation du modèle interne

Les réseaux de neurones avec temps explicite en entrée sont utilisés pour prédire rapidement la teneur en eau du produit et sa qualité amidonnaire, pendant l'optimisation de la température future. Le réseau récurrent pour la qualité amidonnaire a été initialement conçu pour déterminer de la valeur courante de la qualité par mesure indirecte. Dans certaines expériences, les réseaux récurrents ont remplacé les réseaux à temps explicite dans le rôle de prédicteurs. Les prédictions se sont avérées plus précises et le ralentissement des calculs négligeable.

Modèle	Teneur en eau X		Qualité amidonnaire Q	
	Temps explicite	Récurrent	Temps explicite	Récurrent
Figures	4.5a, 4.7	4.6a, 4.9	4.5b, 4.8	4.6b, 4.10
Récurrence	—	1	—	2
Neurones cachés	3	2	5	2
Coefficients	16	9	26	11
Utilisation	Prédiction	Prédiction	Prédiction	Mesures indirectes Prédiction
Cinétiques apprentissage	40, 60, 90°C	40, 60, 90°C	40, 60, 90°C	40, 60, 90°C
Cinétiques test	50, 70°C	50, 70°C	50, 70°C	50, 70°C

Tableau 4.1. Résultats obtenus lors de la modélisation de la teneur en eau et de la qualité amidonnaire par réseaux de neurones.

L'apprentissage et le test des réseaux a lieu dans la phase de mise au point du modèle (tableau 4.1). Dans cette application il n'y a pas de réajustement du modèle en ligne.

4.4.1.1. Réseaux de neurones avec temps explicite

La figure 4.7a compare l'évolution dans le temps de la teneur en eau mesurée sur le procédé pilote par perte de masse, et celle simulée par le modèle neuronal. La précision du modèle est jugée satisfaisante, compte tenu de la précision des mesures en ligne de la teneur en eau.

Dans la figure 4.7b sont représentées les valeurs simulées par le réseau en fonction des valeurs expérimentales. Les valeurs sont bien regroupées autour de la première bissectrice, ce qui indique l'absence d'un biais systématique. La modélisation est meilleure pour des teneurs en eau faibles, ce qui est important pour une bonne prédiction du moment de fin du séchage.

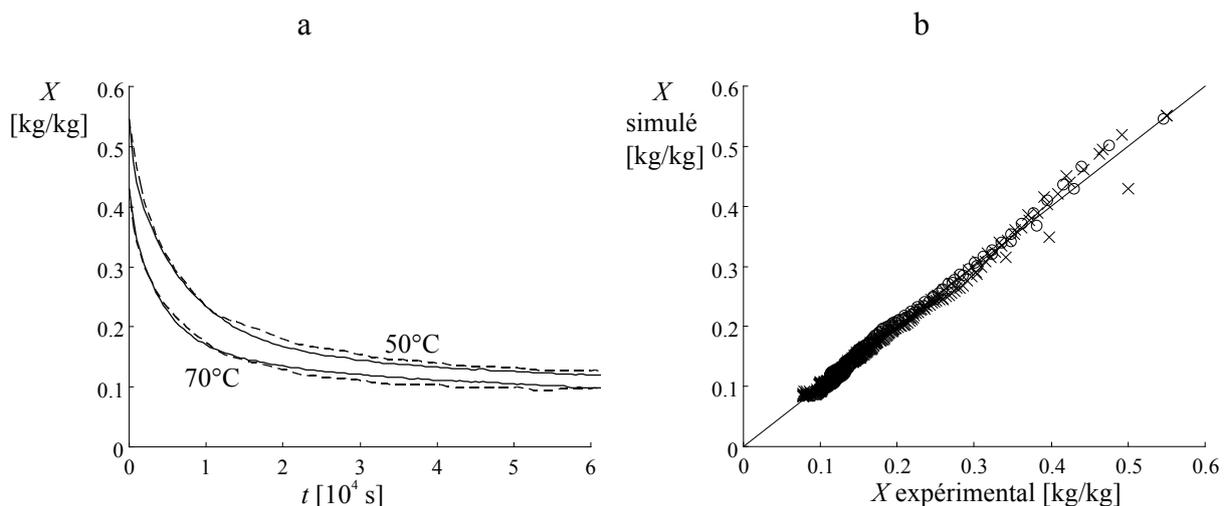


Figure 4.7. Validation du modèle neuronal de teneur en eau, avec temps explicite en entrée. (a) Données expérimentales (—) et simulées (---) en fonction du temps. Cinétiques à 50 et 70°C, non utilisées en apprentissage. (b) Données simulées en fonction des données expérimentales. Cinétiques à 40, 60, 90°C utilisées en apprentissage (x), et à 50 et 70°C, utilisées en test uniquement (o).

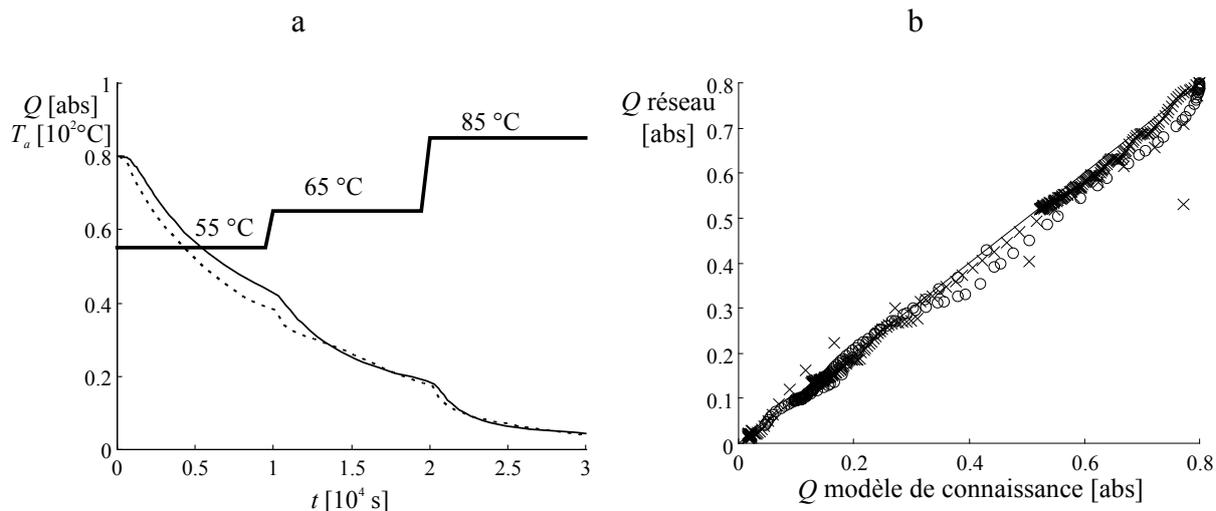


Figure 4.8. Validation du modèle neuronal de qualité amidonnaire, avec temps explicite en entrée. (a) Valeurs "vraies" données par le modèle de connaissance (—) et simulées par le réseau (— —), en fonction du temps. Cinétiques non utilisées en apprentissage. (b) Valeurs simulées par le réseau, en fonction des valeurs "vraies" données par le modèle de connaissance. Cinétiques à 40, 60, 90°C utilisées en apprentissage (x), et à 55, 65 et 85°C, non vues lors de l'apprentissage (o).

Les erreurs de modélisation sont comparables sur la base d'apprentissage et sur la base de test, indiquant une bonne capacité de généralisation du réseau.

La figure 4.8a montre que le modèle de la qualité amidonnaire est sensiblement meilleur au dessus de 60°C qu'en dessous. En effet, entre 40 et 60°C il n'y a pas de données dans la base d'apprentissage, tandis que la vitesse de dégradation de la qualité change de façon significative, étant pratiquement nulle en dessous de 45°C. Pour améliorer le modèle, la

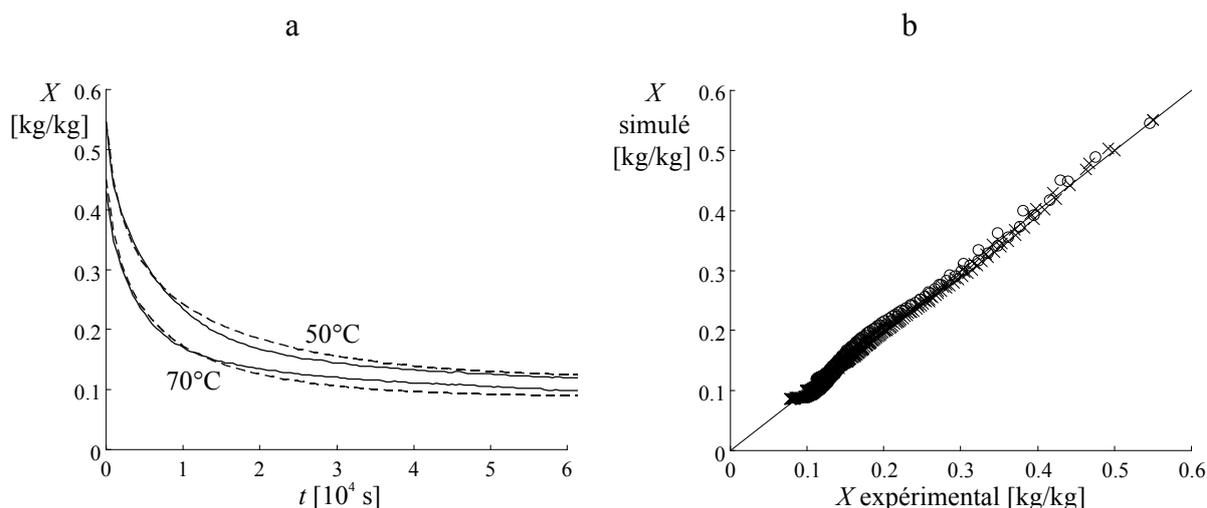


Figure 4.9. Validation du modèle neuronal récurrent de teneur en eau. (a) Données expérimentales (—) et simulées (— —) en fonction du temps. Cinétiques à 50 et 70°C, non utilisées en apprentissage. (b) Données simulées en fonction des données expérimentales. Cinétiques à 40, 60, 90°C utilisées en apprentissage (x), et à 50 et 70°C, utilisées en test uniquement (o).

meilleure solution est de refaire de nouvelles expériences autour de 50°C.

L'erreur de modélisation ne dépasse pas 0,05 unités d'absorbance, soit la précision du test de turbidité. Les prédictions sont "pessimistes", obligeant l'algorithme de commande à protéger la qualité. Le modèle a été jugé acceptable et utilisé tel quel, surtout après avoir constaté qu'en l'absence de perturbations la température ne descend pas en dessous de 58°C.

La figure 4.8b donne les valeurs de la qualité amidonnaire simulées par le réseau de neurones, en fonction des valeurs "vraies", qui dans notre cas sont obtenues avec le modèle de connaissance de Courtois (1991). La modélisation est globalement satisfaisante, l'erreur ne dépassant pas celle du test de turbidité. Un seul point aberrant apparaît pour un temps de simulation très court, qui n'est pas gênant en pratique, la longueur inférieure du palier étant limitée, et la contrainte respectée de façon prioritaire (le modèle n'est jamais simulé dans ces conditions). On remarque à nouveau la tendance à sous estimer la qualité, pour la cinétique à 55°C.

4.4.1.2. Réseaux de neurones récurrents

L'évolution de la teneur en eau en fonction du temps, expérimentale et simulée par le réseau, sont présentées dans la figure 4.9a. L'erreur de modélisation maximale sur un horizon long est de l'ordre de 0,015 kg d'eau/kg de matière sèche. En pratique, la teneur en eau est mesurée en ligne et le modèle recalé systématiquement.

Le tracé des valeurs simulées en fonction des données expérimentales (figure 4.9b) montre une répartition équilibrée, et similaire en apprentissage et en test, ce qui confirme la bonne capacité de généralisation du modèle.

Le réseau de neurones pour la qualité amidonnaire du produit est simulé en conditions variables dans la figure 4.10a. L'erreur de modélisation reste inférieure à celle du test de turbidité, malgré l'horizon de simulation long et malgré le fait que la base d'apprentissage est composée uniquement de cinétiques en conditions constantes.

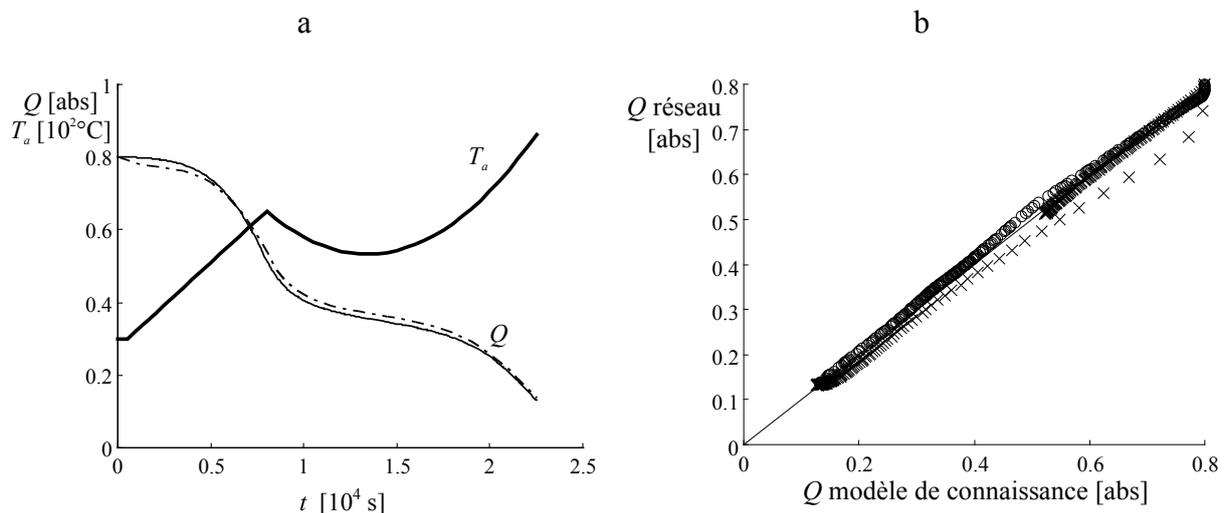


Figure 4.10. Validation du modèle neuronal récurrent de qualité amidonnaire. (a) Valeurs "vraies" données par le modèle de connaissance (—) et simulées par le réseau (— —), en fonction du temps. Données non utilisées en apprentissage. (b) Valeurs simulées par le réseau, en fonction des valeurs "vraies" données par le modèle de connaissance. Cinétiques à 40, 60°C utilisées en apprentissage (×), et en conditions variables, entre 30 et 90°C, non vues lors de l'apprentissage (o).

L'inertie de la dégradation de la qualité par rapport aux changements de température d'air est imparfaitement reproduite, ce qui est surtout visible dans la figure 4.10b. Les points mal modélisés entre 0,6 et 0,8 unités d'absorbance correspondent à l'introduction du grain froid dans un courant d'air de température élevée. Du point de vue du grain c'est un échelon de température de grande amplitude. Le grain étant très humide au départ, sa température monte lentement. L'introduction des cinétiques de séchage en conditions variables dans la base d'apprentissage du réseau devrait améliorer la modélisation des chocs thermiques, et peut-être mettre en évidence une récurrence d'ordre supérieur. Pour les besoins de cette application, le modèle est jugé satisfaisant, car sa précision autour de la limite de qualité imposée (0,3 unités d'absorbance) est acceptable.

4.4.2. Existence d'un profil de commande admissible

La teneur en eau et la qualité amidonnaire sont des fonctions décroissantes du temps. La formulation du problème inclut des contraintes contradictoires sur les deux variables, et il est important de vérifier qu'une solution admissible (respectant les contraintes) existe. Nous supposons que les valeurs initiales des deux variables sont supérieures aux limites imposées ; sinon le problème est soit résolu, soit impossible.

La figure 4.11 représente des courbes d'iso-teneur en eau et iso-qualité, dans un espace temps - température, pour un profil de température formé d'un seul palier (c'est à dire une température de séchage constante). L'intersection des courbes montre que la qualité est plus sensible à l'augmentation de la température que la teneur en eau. Cela signifie que même en conditions constantes, il existe toujours un couple temps - température qui assure la qualité et la teneur en eau désirées. Avec plus d'un palier de température, les degrés de liberté supplémentaires peuvent être utilisés pour l'optimisation.

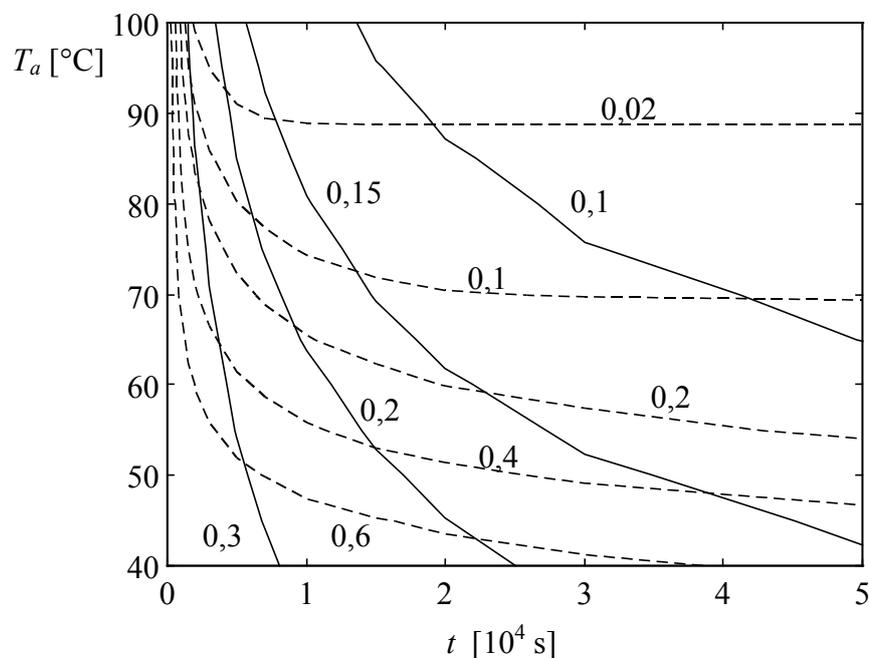


Figure 4.11. Courbes de iso-teneur en eau (—) et iso-qualité amidonnaire (---), pour un maïs avec une teneur en eau initiale $X_I = 0,6$ kg/kg et une qualité initiale $Q_I = 0,8$ unités d'absorbance.

4.4.3. Optimisation hors ligne. Discussion du profil optimal

Avant de commencer la série d'essais sur le séchoir pilote, de nombreux scénarios ont été testés en simulation afin de déterminer une formulation réaliste et bien conditionnée du problème. La solution retenue est présentée dans la figure 4.2.

Le poids de la minimisation du temps total $W_t = 1$ a été choisi dominant par rapport à $W_E = 0,001$ pour la réduction de l'énergie consommée. Si les poids sont similaires, le temps est augmenté et la température diminuée. Si W_E est dominant, le séchage est effectué à température ambiante, ce qui correspond à une consommation énergétique nulle et pas de dégradation de qualité, mais demande beaucoup plus de temps, ce qui n'est pas très intéressant en pratique.

La contrainte de teneur en eau finale X_{max} est toujours active, car le séchage est arrêté dès que la teneur en eau demandée est atteinte. Un séchage supplémentaire consomme inutilement du temps et de l'énergie, et provoque une dégradation supplémentaire de la qualité. La contrainte de qualité Q_{min} peut devenir inactive si la minimisation de l'énergie a un poids important et la température moyenne est basse.

La limite supérieure de température $T_{a\ max}$ n'est jamais atteinte, la qualité étant le facteur limitant. La limite inférieure $T_{a\ amb}$ est atteinte si la minimisation de l'énergie est dominante.

Après plusieurs tests, la valeur $N = 2$ a été retenue pour le nombre de paliers de température. Il peut paraître que 2 paliers soit un choix trop restrictif, mais les simulations indiquent que 3 paliers ou plus donnent une réduction négligeable de la fonction de coût, augmentent la sensibilité de la solution par rapport au profil initial, et la probabilité de tomber dans un minimum local (tableau 4.2). Plus précisément, la fonction de coût diminue de 3,4% en considérant 2 paliers au lieu de 1, et de moins de 0,5% en considérant 3 au lieu de 2. Avec 1 ou 2 paliers, le même profil optimal est obtenu en partant de différentes températures et longueurs initiales des paliers. Pour 3, 4, ou 5 paliers, la solution obtenue dépend du profil de départ, alors que la fonction de coût est presque identique (mauvais conditionnement). Pour 3 paliers ou plus, des profils clairement sous optimaux sont obtenus avec certaines valeurs initiales (minima locaux).

Dans tous les cas (sauf minima locaux), la température est augmentée vers la fin du séchage, pour compenser la vitesse de séchage plus faible. Au début, quand la vitesse de séchage est élevée, la température plus réduite préserve la qualité. Il faut noter que la vitesse de dégradation de la qualité diminue fortement pour une qualité faible, plus que la vitesse de

Paliers	1	2	3	4	5
Fonction de coût	9733	9402	9356	9350	9350
Profil optimal en fonction du profil initial (croissant, décroissant ou constant)	Indépendant	Indépendant	Dépendant	Dépendant	Dépendant

Tableau 4.2. Influence du nombre de paliers sur l'optimisation de la température. En considérant 2 paliers au lieu de 1, la fonction de coût diminue de 3,4 %. En considérant 3 paliers au lieu de 2, la fonction de coût diminue de moins de 0,5 %.

Perturbations	Type perturbation	Figure	Modèle prédiction
Aucune	—	4.12	RN temps explicite
Panne chauffage	Mesurée	4.13	RN temps explicite
$X_I = 0,59$ au lieu de $0,45$ kg/kg $H_a = 40...45$ au lieu de $4...8$ %	Mesurée Non mesurée	4.14	RN récurrent
$X_I = 0,69$ au lieu de $0,45$ kg/kg	Mesurée	4.15	RN récurrent
$V_a = 0,5$ au lieu de 2 m/s Maïs ré humidifié rapidement	Non mesurée Non mesurée	4.16	RN temps explicite
$Q_I = 0,6$ au lieu de $0,8$ unités d'absorbance Maïs ré humidifié rapidement	Mesurée Non mesurée	4.17	RN temps explicite

Tableau 4.3. Expériences effectuées avec commande automatique du séchoir.

séchage pour une teneur en eau faible (très approximativement, $dQ/dt \approx -k \cdot Q^2$, $dX/dt \approx -k \cdot X$). Ceci peut expliquer aussi pourquoi il est plus avantageux d'augmenter la température vers la fin.

L'optimisation du profil de température diminue le temps total de 3,4% et augmente la consommation d'énergie totale de 4,1%, par rapport au profil (optimisé lui aussi !) de température constante. Si on utilise une stratégie de séchage à température constante, *sans* commande en ligne, une marge de sécurité est nécessaire pour éviter la violation de la contrainte de qualité, en cas de perturbations imprévues. Si la contrainte de qualité est modifiée à $Q_{min} = 0,4$ unités d'absorbance (une marge de sécurité de 0,1 unités), avec une température constante, le temps de séchage doit être augmenté de 17% et la consommation d'énergie de 1,5%, par rapport à notre profil optimal. La consommation d'énergie augmente beaucoup moins que le temps total parce que la température moyenne est plus réduite.

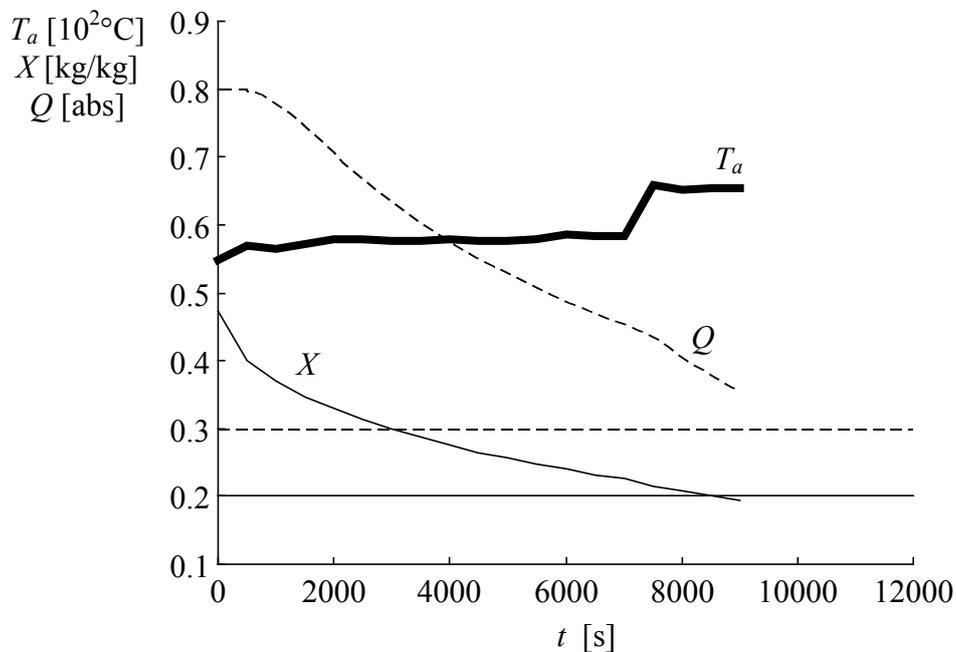


Figure 4.12. Expérience sur le séchoir pilote en conditions nominales. Température de l'air mesurée (—), teneur en eau mesurée (—), et qualité amidonnaire estimée avec le modèle de connaissance (— —).

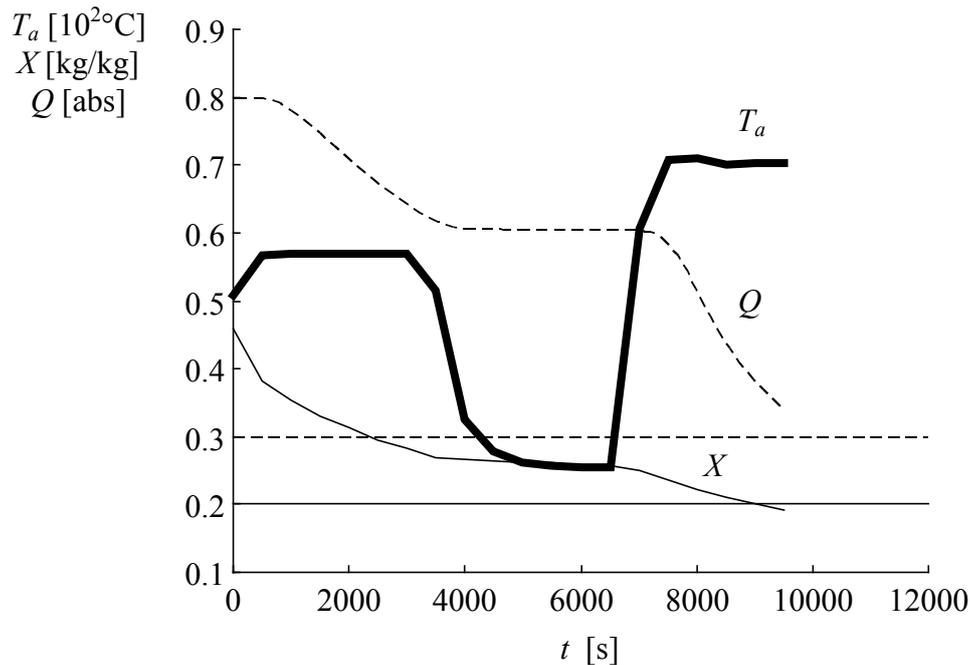


Figure 4.13. Expérience sur le séchoir pilote en présence d'une perturbation mesurée : Panne temporaire du dispositif de chauffage de l'air. Température de l'air mesurée (—), teneur en eau mesurée (—) et qualité amidonnière estimée avec le modèle de connaissance (---).

Nos résultats vont dans le même sens que ceux récemment publiés par Van Boxtel et Knol (1996). Une comparaison rigoureuse n'est pas possible, car leur problème d'optimisation est légèrement différent. Avec une "vraie" optimisation dynamique, ils trouvent que le bénéfice économique théorique (calculé hors ligne sur la base du modèle), d'utiliser la commande optimale est de l'ordre de 3 %, pour un procédé discontinu de séchage du grain. Les auteurs ne présentent pas de résultats expérimentaux.

4.4.4. Validation expérimentale de l'algorithme de commande en conditions nominales

Le tableau 4.3 résume les expériences effectuées avec commande automatique du séchoir.

La figure 4.12 présente les résultats obtenus sur le séchoir pilote lors du séchage d'un lot de maïs sous le contrôle de notre algorithme de commande optimale. La "vraie" évolution de la qualité amidonnière est calculée a posteriori, avec le modèle de connaissance. Les conditions expérimentales (teneur en eau et qualité initiales, paramètres de l'air de séchage) sont très proches de celles considérées lors de l'optimisation initiale hors ligne (figure 4.2). On constate une bonne concordance entre les figures 4.2 (théorique) et 4.12 (expérimentale).

La valeur finale de la qualité amidonnière est légèrement supérieure à la limite imposée. Ce n'est pas mauvais en soi, mais indique une situation sous optimale: la température aurait pu être augmentée et le temps réduit. Cela arrive aussi dans d'autres expériences et vient du fait que dans l'algorithme d'optimisation en ligne la satisfaction des contraintes est prioritaire par rapport à la minimisation de la fonction de coût. C'est plutôt bien dans notre cas, car la qualité n'est pas mesurée, et une marge de sécurité est souhaitable. Une autre raison est que l'estimation en ligne de la qualité est légèrement pessimiste et tend à éloigner la valeur finale de sa qualité de sa limite.

4.4.5. Validation expérimentale en présence des perturbations mesurées

La figure 4.13 montre la réaction de l'algorithme de commande dans un cas de forte perturbation. Les résistances de chauffage de l'air ont été découplées pendant 1 heure, simulant une panne temporaire. Du point de vue de l'algorithme de commande c'est une perturbation mesurée, à travers le capteur de température de l'air.

Pendant la panne, l'estimation de l'état courant est correcte, car elle est basée sur des variables mesurées. En revanche, les prédictions sont systématiquement fausses, parce que l'algorithme suppose toujours que la température de l'air calculée sera aussi appliquée.

En dessous de 45°C il n'y a pas de dégradation de qualité, mais le séchage continue, à une vitesse plus faible. La température peut être légèrement augmentée vers la fin, parce qu'il y a la même marge de qualité pour une teneur en eau plus faible. L'algorithme réagit correctement sur la base des informations obtenues par retour de sortie, malgré le fait qu'il n'est pas prévu pour gérer des perturbations significatives.

Un autre exemple de perturbation mesurée est présenté dans la figure 4.14. La teneur en eau initiale du grain est beaucoup plus élevée que prévu lors du calcul hors ligne du profil optimal (0,69 au lieu de 0,45 kg/kg). C'est une perturbation mesurée, car la teneur en eau initiale est connue par le régulateur. En prévision du temps de séchage plus long, l'algorithme diminue la température de l'air, afin de ralentir la dégradation de la qualité. La contrainte de qualité est quand même légèrement dépassée.

4.4.6. Validation expérimentale en présence des perturbations mesurées et non mesurées

Plusieurs perturbations sont présentes dans l'expérience représentée dans la figure 4.15. La teneur en eau initiale du maïs est plus élevée que celle pour laquelle le profil

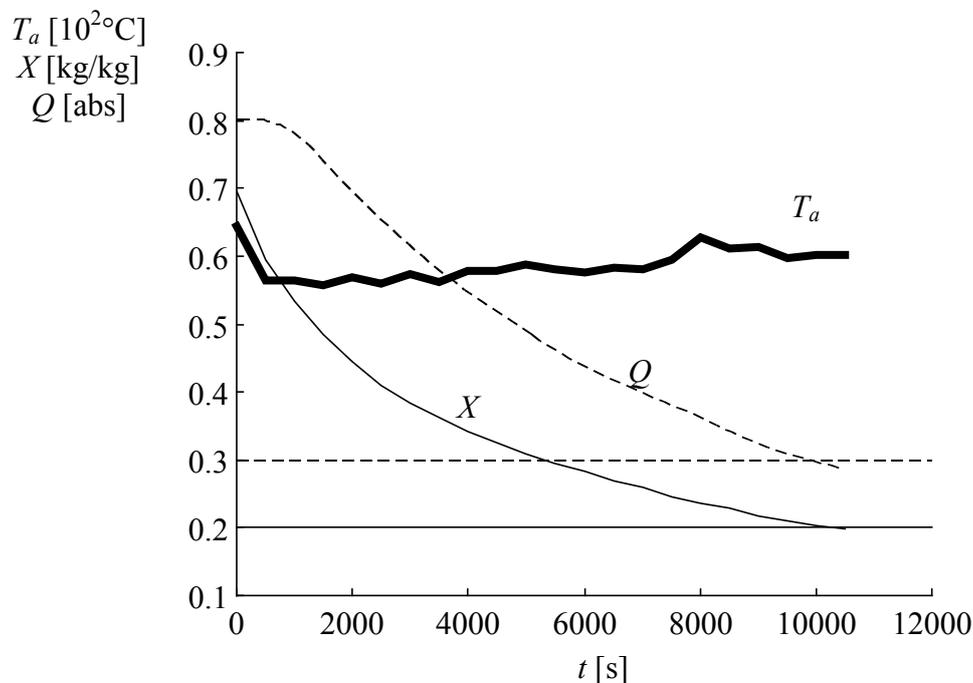


Figure 4.14. Expérience sur le séchoir pilote en présence d'une perturbation mesurée : Teneur en eau initiale du grain plus élevée que prévu (0,69 au lieu de 0,45 kg/kg). Température de l'air mesurée (—), teneur en eau mesurée (—) et qualité amidonnaire estimée avec le modèle de connaissance (— —).

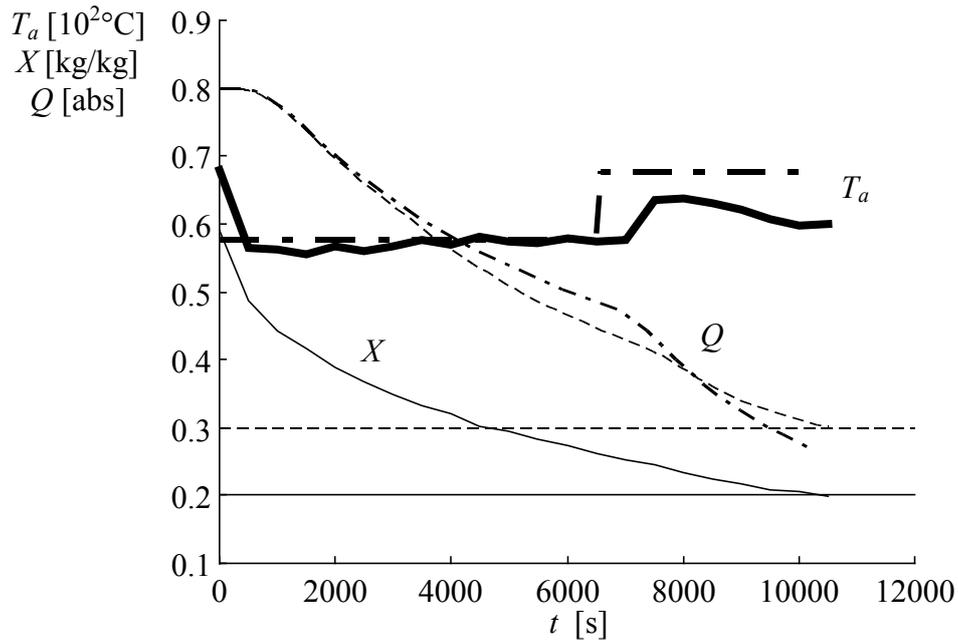


Figure 4.15. Expérience sur le séchoir pilote en présence d'une perturbation mesurée et d'une perturbation non mesurée : Humidité du grain plus élevée que prévu (0,59 au lieu de 0,45kg/kg) et vitesse de séchage plus réduite que prévu (humidité de l'air maintenue entre 40 et 45 % au lieu de 4 à 8 %). Température de l'air mesurée (■), teneur en eau mesurée (—), qualité amidonnière estimée avec le modèle de connaissance (— · —). Température de l'air initialement prévue (· · ·), et l'évolution de la qualité amidonnière dans ce cas (— · —).

optimal a été initialement calculé, notamment 0,59 au lieu de 0,45 kg d'eau / kg de matière sèche. Pour l'algorithme de commande c'est une perturbation mesurée, puisque la bonne valeur de la teneur en eau initiale lui est connue, mais le profil de température existant n'est plus optimal : Le temps de séchage doit être augmenté pour évacuer l'eau supplémentaire, et la température diminuée, pour respecter la contrainte de qualité. Une autre perturbation mesurée, dont l'effet est relativement mineur car elle est vite compensée, vient de la mise en température incorrecte du séchoir (68 au lieu de 58°C).

Une perturbation non mesurée est aussi présente dans cette expérience : L'humidité de l'air est maintenue entre 40 et 45%, au lieu de 4 à 8% dans le cas nominal. Le séchage est sensiblement plus lent que prévu, ce qui demande une nouvelle augmentation du temps de séchage. Ce n'est pas du tout pris en compte par le modèle neuronal, dont les prédictions surestiment systématiquement la vitesse de séchage.

L'algorithme de commande réagit correctement, en augmentant le temps et en diminuant la température, comme le montre la figure 4.15. Les contraintes sont respectées, le retour de sortie permettant de compenser les mauvaises prédictions dues au modèle imparfait.

Afin de montrer l'utilité de l'algorithme de commande optimal par rapport à une simple optimisation hors ligne, nous avons représenté aussi l'évolution de la qualité amidonnière dans le cas où le profil de température calculé initialement serait appliqué, sans réajustement en ligne. Le temps de séchage augmente moins, puisque la température n'est pas diminuée, mais la contrainte de qualité est violée.

Dans la figure 4.16, la vitesse de l'air a été réduite de 2 à 0,5 m/s, et le maïs a été ré-humidifié rapidement (8 heures à 25°C au lieu de 24 heures à 4°C). La teneur en eau

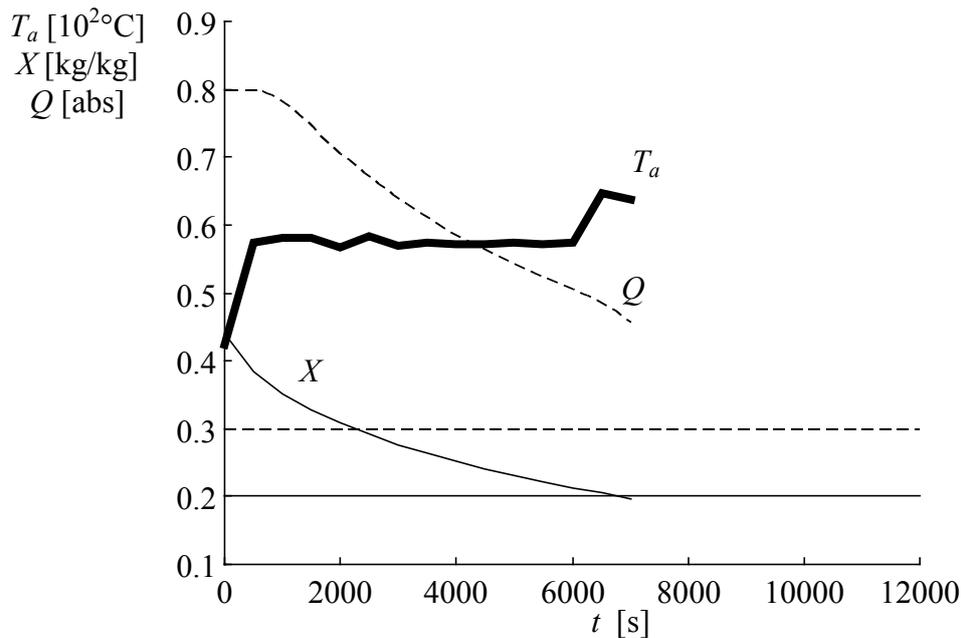


Figure 4.16. Expérience sur le séchoir pilote en présence des perturbations non mesurées : Vitesse de l'air plus réduite (0,5 au lieu de 2 m/s) et séchage plus rapide que prévu (mais ré humidifié rapidement, 8 heures à 25°C au lieu de 24 heures à 4°C). Température de l'air mesurée (—), teneur en eau mesurée (—) et qualité amidonnière estimée avec le modèle de connaissance (— —).

résultante est proche de la valeur nominale (0,45 kg/kg), mais le séchage beaucoup plus rapide, probablement à cause d'une distribution non uniforme de l'eau dans le grain.

Le modèle ne tient pas compte de ces perturbations, ce qui empêche l'algorithme de commande de profiter du séchage plus rapide, en augmentant la température. La contrainte de qualité n'est pas active, même si la valeur initiale de la qualité est plus réduite (0,6 au lieu de 0,8 unités d'absorbance, figure 4.17), ce qui indique une situation non optimale. La vitesse de l'air semble avoir un effet négligeable.

4.5. Analyse de robustesse

Cette section donne des éléments chiffrés qui permettent de vérifier la stabilité et la robustesse des performances face aux erreurs de modélisation, aux perturbations, et aux performances limitées de l'algorithme d'optimisation numérique. Les différentes variables du procédé sont représentées dans la figure 4.3.

4.5.1. Stabilité robuste en boucle fermée

La stabilité robuste du système de réglage en boucle fermée est une conséquence de la stabilité robuste du procédé lui-même (en boucle ouverte), et des précautions prises lors de la mise en oeuvre (respect des contraintes prioritaires). C'est une illustration du théorème énoncé dans le §3.7.1.

4.3.1.1. Variables analysées

L'entrée de commande du procédé est la température de l'air de séchage. Comme variables de sortie, nous allons considérer la teneur en eau du grain et la qualité amidonnière, même si cette dernière n'est pas mesurée en ligne. Les perturbations possibles sont très

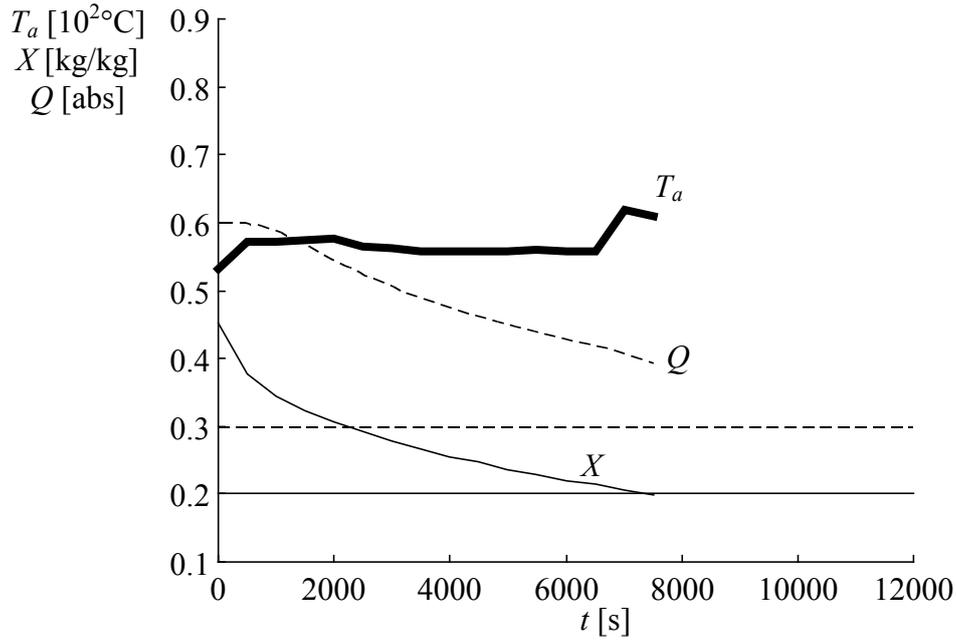


Figure 4.17. Expérience sur le séchoir pilote en présence des perturbations mesurées et non mesurées : Séchage plus rapide que prévu (maïs ré humidifié rapidement, 8 heures à 25°C au lieu de 24 heures à 4°C) et qualité amidonnière initiale plus réduite (0,6 au lieu de 0,8 unités d'absorbance). Température de l'air mesurée (—), teneur en eau mesurée (—) et qualité amidonnière estimée avec le modèle de connaissance (— —).

nombreuses : Teneur en eau de l'air ambiant, vitesse de l'air de séchage, teneur en eau et qualité initiales du grain, variété de maïs, etc. En particulier, l'influence de la variété de maïs est difficile à chiffrer, et nous nous contentons d'analyser le maïs sur lequel nous avons travaillé.

$$u = T_a,$$

$$y = [X \quad Q]^T,$$

$$p = [Y_a \quad V_a \quad X_I \quad Q_I]^T.$$

4.3.1.2. Domaines de valeurs possibles

La température de l'air que l'algorithme de commande peut appliquer au procédé est comprise entre 20 et 90°C. Ces limites sont respectées en tant que contraintes prioritaires, quelque soit le résultat de l'optimisation. La température dans le séchoir peut être contrôlée à 1°C près. Le domaine de stabilité pour la commande est l'intervalle :

$$\underline{u} = [19; 91].$$

La teneur en eau X_I du maïs récolté peut être comprise entre 0,3 et 0,7 kg d'eau / kg de matière sèche, suivant les régions et les années, tandis que la qualité amidonnière Q_I entre 0,3 et 2 unités d'absorbance. La teneur en eau de l'air Y_a varie typiquement entre 3 et 20 g d'eau / kg d'air sec. La vitesse de l'air dans le séchoir est contrôlée à 0,2 m/s près, autour de sa valeur nominale de 2 m/s. Le domaine des perturbations possibles est donc :

$$\underline{p} = [3; 20] \times [1,8; 2,2] \times [0,3; 0,7] \times [0,3; 2].$$

Les limites choisies sont plutôt larges, car nous considérons la pire des situations.

L'influence de l'entrée de commande et des perturbations sur la teneur en eau est monotone, ce qui simplifie l'analyse. Le séchage le plus rapide intervient à la température maximale, teneur en eau de l'air minimale, vitesse de l'air maximale, teneur en eau du produit minimale. La qualité n'a pas d'influence décelable sur le séchage.

Le séchage est arrêté dès qu'une mesure de teneur en eau descend en dessous de la limite fixée à 0,2 kg / kg. C'est aussi une contrainte prioritaire, incluse dans le logiciel de supervision et indépendante de l'algorithme de commande. Dans le cas du séchage le plus rapide, et dans une période d'échantillonnage, la teneur en eau ne peut pas descendre de 0,2 kg / kg à moins de 0,185 kg / kg. La précision de la mesure n'est pas inférieure à 0,01 kg / kg, donc la teneur en eau ne peut en aucun cas descendre en dessous de 0,175 kg / kg.

En ce qui concerne la qualité, elle n'est pas mesurée et se dégrade très vite à 91°C. Sur une durée de séchage normale, de l'ordre de 10^4 s, le modèle de connaissance prédit qu'elle descend en dessous de 0,02 unités d'absorbance. Compte tenu de la précision du test de turbidité, tout ce qu'on peut dire avec certitude, est que la qualité reste non négative. Le domaine de stabilité pour la sortie peut être pris comme :

$$\underline{y} = [0,175; 0,7] \times [0; 2].$$

Pour les besoins de cette analyse, nous pouvons admettre des temps de séchage aussi longs que l'on veut :

$$\underline{t} = [0; \infty].$$

Avec ces définitions, le procédé est stable de façon robuste en boucle ouverte. Les limites imposées sont indépendantes de l'algorithme de commande, ce qui permet de conclure que le comportement du système de réglage en boucle fermée sera stable, indépendamment des perturbations qui agissent sur le procédé, de la précision du modèle et de l'algorithme d'optimisation sous contraintes.

4.5.2. Robustesse des performances

4.5.2.1. *Ecart maximal entre performances prédites et performances réalisées*

L'écart maximal qui risque de se produire entre les performances prédites lors de l'optimisation hors ligne, et celles effectivement constatées sur le procédé réel, peut être estimé selon la méthode indiquée dans le §3.8.1.

Les paramètres qui peuvent modifier la valeur du critère de qualité de la commande Q_c sont la variation maximale du temps total de séchage E_t , la variation maximale de l'énergie consommée E_E , la violation maximale de la contrainte de qualité E_Q , et la violation maximale de la contrainte de teneur en eau finale E_X (§3.4.2). La modification du critère de qualité peut être évaluée comme :

$$E_{Q_c} \leq L_y E_y = L_y \begin{bmatrix} E_t & E_E & E_Q & E_X \end{bmatrix}^T.$$

Afin de tirer des conclusions pertinentes, il faudrait chiffrer le coût économique réel (en francs par kilogramme de maïs) de ces facteurs, c'est à dire connaître la matrice L_y . Les conditions de laboratoire dans lesquelles nous travaillons ne permettent pas de déduire des valeurs réalistes,

surtout pour le coût du dépassement des contraintes E_X et E_Q . Nous nous contentons d'évaluer les grandeurs E_t , E_E , E_X , et E_Q .

En ce qui concerne les perturbations mentionnées au paragraphe précédent, leur amplitude est réduite afin d'obtenir des bornes plus réalistes, pour un lot de produit donné. Nous admettons que la teneur en eau initiale pour le lot de maïs spécifié varie entre 0,40 et 0,50 kg / kg (pour une valeur nominale de 0,45), la qualité initiale entre 0,70 et 0,90 unités d'absorbance (pour une valeur nominale de 0,80), la teneur en eau de l'air dans la saison entre 5 et 10 g / kg (pour une valeur nominale de 8), et la vitesse de l'air entre 1,8 et 2,2 m/s (pour une valeur nominale de 2,0), comme précédemment. L'amplitude maximale des perturbations est :

$$E_p = [2,5 \quad 0,2 \quad 0,05 \quad 0,1].$$

La réalisation du procédé est telle que la contrainte de teneur en eau finale est toujours respectée, autrement dit le séchage continue jusqu'à ce que la limite de 0,2 kg / kg soit franchie ; ce qui change est le temps total :

$$E_X = 0.$$

La température prescrite est maintenue à 1°C près. Le modèle de teneur en eau a une erreur inférieure à 0,02 kg/kg autour de 0,20 kg/kg. Le temps total est toujours un multiple de la période d'échantillonnage (500 s). Ces facteurs cumulés (y compris les perturbations) font que le temps de fin peut être compris entre 7500 et 13000 s (pour une valeur nominale de 9500). L'erreur maximale sur le temps de séchage est :

$$E_t = 3500 \text{ s.}$$

L'erreur maximale possible sur le temps de séchage est très grande, même si la précision du modèle, le niveau des perturbations et le contrôle de la température semblent acceptables. La principale raison est qu'autour de 0,20 kg/kg la vitesse de séchage est très faible, et la sensibilité du temps par rapport à la teneur en eau (inverse de la vitesse) est très grande.

En termes d'énergie, cela se traduit par une fourchette allant de 42 à 78 MJ (pour une valeur nominale de 55) :

$$E_E = 23 \text{ MJ.}$$

Dans ces conditions, le modèle prédit une qualité finale comprise entre 0,36 et 0,22 unités d'absorbance (pour une valeur nominale de 0,30), mais il faut tenir compte que la précision du modèle est de 0,05 unités. La violation maximale de la contrainte de qualité est de :

$$E_Q = 0,13 \text{ unités d'absorbance.}$$

Remarques :

1. Les intervalles trouvés sont larges, surtout à cause des grandes variations possibles du temps total de séchage. Le moyen le plus efficace de les réduire est d'améliorer la précision du modèle de teneur en eau, ce qui permettrait une meilleure prédiction du temps de fin de séchage. Les principaux obstacles sont la variabilité naturelle du maïs et la précision avec laquelle est déterminée la teneur en eau initiale, mais aussi le choix d'une teneur en eau finale proche de celle d'équilibre (valeur asymptotique pour le séchage dans les conditions données).

2. Il est possible de poser le problème autrement : Imposer un temps de séchage fixe et quantifier le coût de se retrouver à la fin avec un maïs plus humide que prévu. Dans ce cas :

$$E_t = 0 \text{ s,}$$

$$E_X = 0.03 \text{ kg/kg,}$$

$$E_Q = 0.08 \text{ unités d'absorbance,}$$

$$E_E = 2 \text{ MJ.}$$

3. L'analyse effectuée prend en compte la situation la plus défavorable. Les tests de robustesse mentionnés dans les paragraphes 4.4.5 et 4.4.6 sont plus optimistes. En particulier, l'algorithme d'optimisation en ligne est capable d'éviter la violation de la contrainte de qualité.

4.5.2.2. Ecart maximal entre les performances optimales réalisables avec le procédé et avec son modèle

La démarche proposée dans le §3.8.2, et un raisonnement du même type que dans le paragraphe précédent, permettent d'estimer qu'en améliorant le modèle jusqu'à la perfection, et en contrôlant exactement les paramètres de l'air, il est éventuellement possible de gagner jusqu'à 2000 s de temps de séchage, 13 MJ d'énergie consommée, et ramener la violation de la contrainte de qualité de 0,13 unités d'absorbance à 0.

Si l'enjeu économique est important, l'amélioration du modèle et du séchoir peut être envisagée, tout en sachant que les gains réalisés seront probablement plus modestes. L'algorithme d'optimisation en ligne et le retour de sortie permettent notamment de compenser en grande partie les perturbations et les erreurs de modélisation.

4.5.2.3. Perte maximale des performances, due à une optimisation avec précision limitée

Dans ce paragraphe nous ignorons les perturbations et les imperfections du modèle, et nous regardons les conséquences d'une détermination approximative de la commande optimale, selon la méthode décrite dans le §3.8.3. Cette analyse est valable aussi bien pour l'optimisation en ligne que pour le calcul initial du profil optimal.

La longueur du chaque palier est déterminée à une période d'échantillonnage près (± 500 s), et les températures avec une précision de $\pm 1^\circ\text{C}$. L'influence sur les facteurs intervenants dans le critère de qualité de la commande peut s'écrire sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} E_t \\ E_E \\ E_X \\ E_Q \end{bmatrix} = L_Y E_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1008000 & 360000 & \frac{5350}{0,0040} & \frac{7014}{0,0051} \\ 0,0018 & 0,0012 & \frac{500}{0,0073} & \frac{500}{0,0118} \\ 0,0085 & 0,0064 & \frac{500}{500} & \frac{500}{500} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 500 \\ 500 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1000 \\ 7,6 \cdot 10^6 \\ 0,0121 \\ 0,0340 \end{bmatrix}.$$

La matrice L_Y est obtenue en estimant numériquement l'influence de chaque facteur, pour la combinaison des valeurs la plus défavorable des autres facteurs (dans le domaine des valeurs considéré). Il résulte qu'avec l'algorithme numérique d'optimisation développé, la durée trouvée diffère de moins de 1000 s de la "vraie" durée optimale, l'énergie consommée de moins de 7,6 MJ, la contrainte de teneur en eau finale est violée de moins de 0,012 kg / kg, et celle de qualité de moins de 0,034 unités d'absorbance.

4.6. Conclusion et perspectives

Un algorithme de commande prédictif et non linéaire a été mis en œuvre et testé sur un séchoir pilote. L'utilisateur spécifie directement ses objectifs économiques, ainsi que les contraintes technologiques et de qualité à respecter. La résolution d'un problème d'optimisation sous contraintes à chaque période d'échantillonnage permet de trouver la meilleure commande à appliquer au procédé, compte tenu des objectifs, des contraintes et des dernières mesures effectuées.

Le modèle du procédé et l'algorithme numérique d'optimisation sous contraintes sont choisis de façon à réaliser en ligne un nombre réduit et connu à l'avance d'opérations arithmétiques, compatible avec une implémentation dans un automate programmable. Le temps de calcul ne dépasse pas 1 s sur un PC standard, pour une période d'échantillonnage d'au moins 5 minutes (limite technologique).

L'étude expérimentale montre que malgré sa simplicité, l'algorithme est capable de compenser des perturbations significatives, aussi bien externes que paramétriques, et d'assurer le respect des contraintes. Il est également possible de modifier les objectifs de la commande pendant le déroulement du traitement : L'annexe 6 montre un exemple de changement de la contrainte de qualité après le début de l'opération de séchage.

Une approche de ce type pourrait remplacer avantageusement des régulateurs classiques dans des nombreux cas, pour une complexité de mise en oeuvre comparable. L'analyse de robustesse permet de chiffrer l'influence des facteurs perturbateurs potentiels.

Afin d'appliquer cet algorithme à d'autres produits, seul le modèle interne doit être remplacé. Pour passer au séchage en couche épaisse, il suffit de modéliser les points critiques dans la couche, notamment le point le plus humide (situé en général du côté opposé de l'arrivée de l'air) et le point où la dégradation de qualité est la plus rapide, qui coïncide normalement avec le point le plus chaud (du côté de l'arrivée de l'air chaud).

La mesure directe de la teneur en eau peut être remplacée par une estimation de la vitesse de séchage, à partir d'une mesure différentielle de température et/ou de l'humidité de l'air, avant et après le produit. C'est une configuration plus convenable en conditions industrielles, et l'estimation de la teneur en eau devrait être relativement fiable, surtout en couche épaisse.

5. Commande d'un procédé de réfrigération des fruits

5.1. Introduction

La réfrigération est fréquemment utilisée dans l'industrie alimentaire, afin d'améliorer la conservation des fruits, des légumes, de la viande et des produits laitiers. On estime que 40 % environ des 7 millions de tonnes de fruits et légumes pourraient être réfrigérés en France. Une importante perte de qualité est due au mauvais contrôle de la température pendant la réfrigération, notamment la perte de masse excessive pour les légumes, la maladie du froid pour les fruits, et des risques microbiologiques pour la viande et les produits laitiers.

Les transferts de chaleur et de matière dans les palettes sont mal connus et pas complètement maîtrisés. En pratique, les industriels décident en fonction de leur expérience quelle combinaison des paramètres utiliser dans chaque cas. Notre travail est motivé par le désir de réduire l'empirisme et de donner un tableau plus clair du procédé de réfrigération. L'information obtenue est utilisée pour déterminer une stratégie de réfrigération optimale d'un point de vue économique, avec respect des contraintes technologiques et de qualité.

A chaque instant d'échantillonnage, la solution d'un problème d'optimisation sous contraintes permet de déterminer la "meilleure" (au sens du critère défini par l'utilisateur) commande future à appliquer au procédé. L'évolution des principales variables jusqu'à la fin du cycle est examinée à chaque fois, afin de s'assurer que les contraintes seront respectées à tout moment. L'information accumulée au fil du temps par retour de sortie, sert à estimer des états et des paramètres du modèle physique du procédé, afin d'améliorer les prédictions.

L'algorithme de commande est validé expérimentalement sur une soufflerie pilote, pour différents produits (fruits), ainsi que face à des perturbations diverses, mesurées et non mesurées. La mise en oeuvre nécessite une puissance de calcul équivalente à celle d'un PC standard.

5.2. Matériel

5.2.1. Soufflerie pilote

Cette étude a été conduite sur la soufflerie pilote réalisée et située au CEMAGREF d'Antony. Le pilote (figure 5.1) permet un contrôle rigoureux des paramètres de l'air (température, vitesse, humidité), et une mesure précise des conditions aérauliques dans le lit de produit.

L'air est recirculé en boucle fermée, traversant successivement l'échangeur froid, l'humidificateur, l'échangeur chaud, le ventilateur, un dispositif pour uniformiser le flux et réduire la turbulence, et les deux zones de travail d'une section transversale de 1000×1200 mm. Des températures de l'air allant de -40 à 120°C peuvent être obtenues, des vitesses entre 0 et 5 m/s, et des humidités relatives entre 40 et 100 %.

Le circuit frigorifique est de type cascade. Le circuit principal fonctionne au R13, qui refroidit par évaporation le fluide caloporteur (huile de silicone), qui à son tour refroidit l'air. Le circuit auxiliaire fonctionne au R502. Le circuit hygrométrique est constitué d'un séchoir

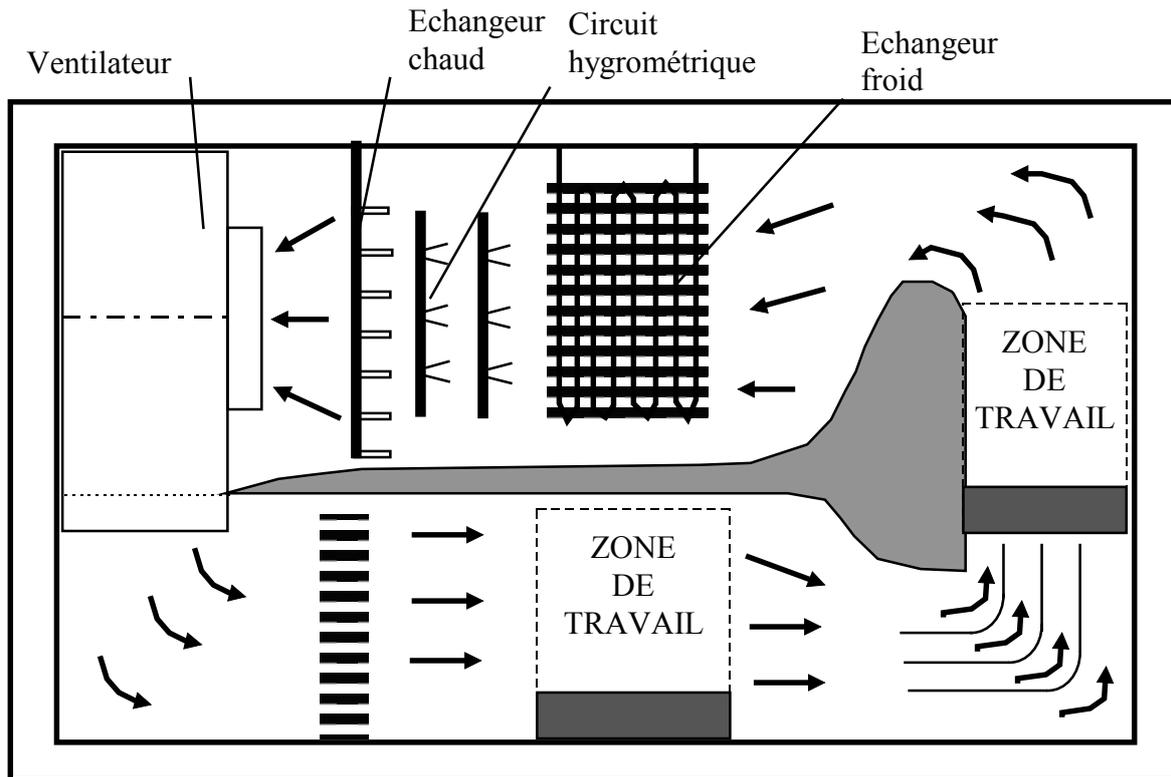


Figure 5.1 Schéma de la soufflerie pilote du CEMAGREF.

d'air à adsorption, auto régénérable, ainsi que d'un piège à eau équipé d'une batterie froide. L'humidificateur est formé d'un système de pulvérisation d'eau déminéralisée.

Les températures sont mesurées avec des thermocouples cuivre - constantan de 0,2 mm de diamètre, la vitesse de l'air dans le lit de produit par différence des pressions avant et après le produit (calibration sur un anémomètre DANTEC à fil chaud), et l'humidité de l'air par un hygromètre ROTRONICS. La température dans l'enceinte est contrôlée avec un régulateur industriel PID à deux voies, tandis que l'humidité et la vitesse de l'air sont réglées manuellement.

Les capteurs et les actionneurs sont connectés à deux centrales de mesures FLUKE HELIOS indépendantes. Un ordinateur de type PC utilise l'une des centrales pour enregistrer toutes les mesures disponibles avec une période d'échantillonnage de 30 s, pour la supervision et l'analyse a posteriori. L'algorithme de commande est mis en oeuvre sur un deuxième ordinateur 486/66 MHz sous Windows 3.11, et communique avec le procédé à travers la seconde centrale de mesures, avec une période d'échantillonnage comprise entre 5 et 8 minutes, selon l'expérience. Les calculs et la représentation graphique sont effectués sous Matlab. La communication avec la centrale de mesures se fait par liaison série à l'aide des routines écrites dans Quick Basic et appelées depuis Matlab.

5.2.2. Conditions expérimentales

Les expériences ont été effectuées à des températures comprises entre -10 et 10°C (réfrigération), à une vitesse de l'air de 1 m/s, et à teneur en eau de l'air ambiante, qui correspond pour notre gamme de températures à une humidité relative comprise entre 85 et 95 %.

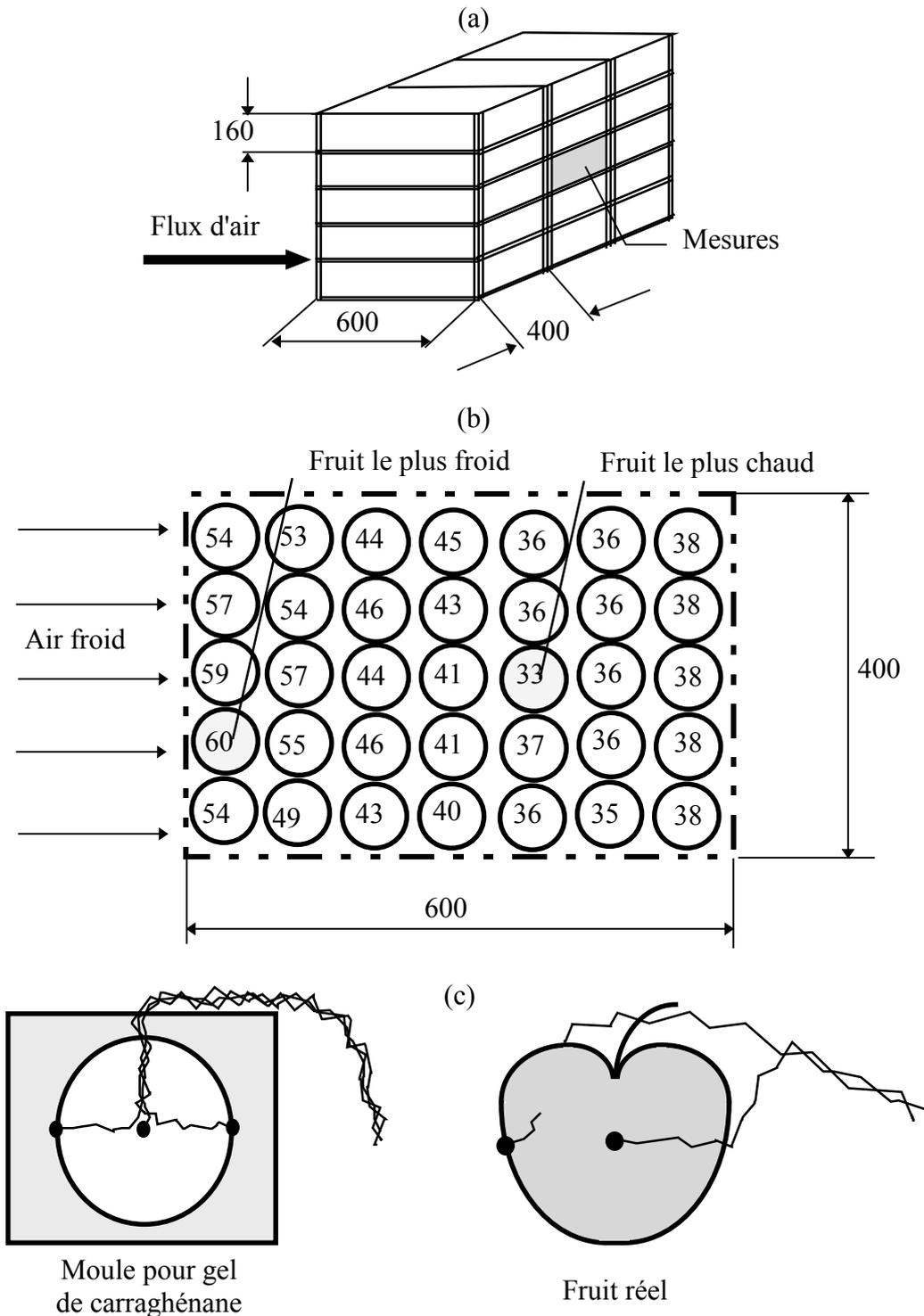


Figure 5.2. Conditions expérimentales. (a) Empilement de type palette. (b) Conditions aérauliques au sein d'une cagette. Les chiffres indiquent les coefficients de transfert $[Wm^{-1}K^{-1}]$. (c) Placement des thermocouples dans les moules pour le gel de carraghénane et dans les fruits réels.

La palette de produits est située dans la zone de travail inférieure. Elle se compose d'un empilement de 15 cagettes (figure 5.2a) de $600 \times 400 \times 160$ mm. Chaque cagette peut contenir 70 ($7 \times 5 \times 2$) fruits de forme sphérique, de 75 mm de diamètre environ. La cagette

située au milieu de la pile est instrumentée. Les autres cagettes sont remplies de sphères en plastique qui simulent l'encombrement du produit. Dans la cagette instrumentée, ont été mis en évidence deux points critiques du point de vue des échanges thermiques (Alvarez 1992) :

1. Le point où le coefficient de transfert est le plus élevé (le point le plus froid) est situé sur bord d'attaque de l'air (figure 5.2b). C'est l'endroit où le refroidissement du produit est le plus rapide.
2. Le point où le coefficient de transfert est le plus faible (le point le plus chaud) est situé à l'intérieur de la cagette, vers le deuxième tiers. C'est l'endroit où le refroidissement du produit est le plus lent. Le coefficient de transfert à l'arrière de la cagette est légèrement plus élevé, à cause des turbulences qui apparaissent derrière l'empilement.

Les positions correspondant aux points critiques sont occupés par les produits équipés de thermocouples. Le reste de la cagette est rempli de sphères en plastiques pleines d'eau, dont les dimensions et la capacité calorifique sont proches de celles du produit.

La température de l'air est mesurée en un point juste avant, en deux points juste derrière et en deux points dans la cagette. Sur les produits, un thermocouple est placé au centre et un autre en surface dans la direction d'arrivée de l'air (figure 5.2b). Les produits modèle (sphères de carraghénane) contiennent aussi un troisième thermocouple au point opposé à la direction d'arrivée de l'air.

5.2.3. Produits

Afin d'assurer une bonne répétabilité, une première série d'expériences a été effectuée avec du produit modèle, dont la forme est rigoureusement sphérique et les propriétés thermiques bien connues. Le produit modèle est obtenu par moulage d'une solution de gel de carraghénane à 3 %, chauffée à 90°C, dans des moules en aluminium refroidis avec de l'eau glacée.

Dans une deuxième série d'expériences nous avons utilisé des fruits réels (pommes, oranges et tomates), de forme approximativement sphérique et de dimensions similaires. Les propriétés physiques des produits sont données dans le tableau 5.1.

5.3. Méthodes

5.3.1. Modèle interne basé sur les lois physiques

Comme modèle interne, nous avons utilisé le modèle physique de la réfrigération développé par Alvarez (1992).

5.3.1.1. Hypothèses

L'algorithme d'optimisation de la commande a besoin de nombreuses simulations du modèle pour établir le profil de la trajectoire optimale. Il est donc nécessaire de garder le modèle aussi réduit que possible. Les hypothèses suivantes permettent d'établir un équilibre entre la précision et la complexité du modèle.

1. Il suffit de modéliser les points critiques de l'empilement (point le plus froid et point le plus chaud) pour pouvoir calculer un profil de commande satisfaisant.
2. Les transferts thermiques complexes dans la cagette peuvent être caractérisés à partir des objets isolés (fruits).

Produit	Gel	Pommes	Oranges	Tomates
Variété	Carraghénane	Idared	Espagne	Rondes
Masse [kg]	0,205 ... 0,235	0,185 ... 0,225	0,215 ... 0,225	0,195 ... 0,215
Densité ρ [kg m ⁻³]	1013	754	948	1028
Capacité calorifique C_p [J kg ⁻¹ K ⁻¹]	4100	3800	3770	3980
Conductivité thermique k_p [W m ⁻¹ K ⁻¹]	0,95	0,40	0,50	0,70
Température de surface minimale $T_{sf\ min}$ [°C]	0	3	1,5	10
Marge de sécurité T_{sec} [°C]	1	1	1	1
Température à coeur maximale $T_{cc\ max}$ [°C]	4	7	5	13
Vitesse de l'air V_a [m s ⁻¹]	1	1	1	1
Echantillonnage [min]	5	5	8	8
Horizon d'estimation minimal [min]	15	15	32	32
Horizon d'estimation maximal [min]	35	35	56	56

Tableau 5.1. Propriétés des produits et conditions expérimentales.

3. Les produits peuvent être considérés sphériques. L'hypothèse de sphéricité peut être relaxée par l'introduction d'un coefficient de forme, à déterminer (ou éventuellement à estimer en ligne) pour chaque type de fruit.
4. Les produits peuvent être considérés homogènes et isotropes.
5. Il existe de l'eau libre en surface des produits (activité de l'eau = 1). Cette hypothèse est assez bien vérifiée pour le gel, mais semble discutable pour des fruits à peau épaisse et "cirée".
6. La chaleur sensible de l'eau est négligeable devant l'évaporation.
7. Les coefficients de transfert mesurés représentent bien les conditions à la limite de chaque produit.
8. L'analogie de Chilton - Colburn (Loncin 1985) est valable, et les coefficients de transfert de chaleur et de matière sont liés. Cette hypothèse est probablement à revoir dans le cas des produits à peau épaisse.
9. La température de l'air arrivant au produit le plus chaud peut être estimée à partir de la température de surface du produit le plus froid. Cette hypothèse a été vérifiée expérimentalement pour l'empilement donné et permet d'éviter la modélisation de nombreux fruits dans la cagette.

5.3.1.2. Transfert conductif

Avec les hypothèses considérées, le transfert de chaleur à l'intérieur d'un fruit est décrit par la loi de Fourier exprimée en coordonnées sphériques (figure 5.3) :

$$\rho \cdot C_p \frac{\partial T}{\partial t}(t,r) = k_p \left(\frac{f_p}{r} \frac{\partial T}{\partial r}(t,r) + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2}(t,r) \right), \quad t \geq 0, r \in [0; R].$$

Ici $T(t,r)$ est la température du fruit à l'instant t et à la distance r du centre, R est le rayon de la sphère, ρ est la densité du produit, C_p est la chaleur massique, k_p est la conductivité thermique et $f_p = 2$ est un coefficient de forme. Cette équation différentielle à dérivées partielles est complétée par une condition initiale et deux conditions limites :

$$T(0,r) = T_I, \quad r \in [0; R]. \quad (\text{champ thermique initial homogène})$$

T_I est la température initiale du fruit, identique partout.

$$\frac{\partial T}{\partial r}(t,0) = 0, \quad t \geq 0, \quad (\text{pas de source de chaleur au centre})$$

$$-k_p \cdot \frac{\partial T}{\partial r}(t,R) = \Phi(t), \quad t \geq 0. \quad (\text{évacuation de la chaleur par la surface})$$

Φ est le flux thermique à travers l'unité de surface.

5.3.1.3 Transferts en surface

La chaleur évacuée à travers la surface est due à l'échange thermique avec l'air ambiant et à l'évaporation de l'eau :

$$\Phi(t) = \alpha [T_s(t) - T_a(t)] + \beta L_v [p_s(T_s(t)) - p_a(T_a(t))].$$

Ici α est le coefficient de transfert de chaleur, T_s est la température de surface, T_a est la température de l'air autour du produit, L_v est la chaleur latente de vaporisation de l'eau, β est le coefficient de transfert de matière, p_s est la pression partielle de la vapeur d'eau à la température de surface T_s , p_a est la pression partielle de la vapeur d'eau à la température de l'air autour du produit.

En éliminant $\Phi(t)$ entre les deux dernières équations on obtient une relation non linéaire (à cause de la dépendance $p_s(T_s)$) qui permet de calculer la température de surface à chaque instant.

Le coefficient de transfert de matière β est proportionnel au coefficient de transfert

thermique α : $\frac{\alpha}{\beta L_v} = 64,7 \text{ PaK}^{-1}$ (Loncin 1985). Les

deux coefficients sont obtenus à partir de la vitesse et des propriétés physiques de l'air. L'absence totale d'évaporation se traduit par $\beta = 0$, ce qui permet de calculer directement (et non pas de façon itérative) la température de surface. La quantité d'eau évacuée à travers la surface totale par unité de temps permet d'exprimer la perte de masse relative :

$$\frac{dP_m}{dt}(t) = \frac{3}{\rho R} \beta [p_s(T_s(t)) - p_a(T_a(t))].$$

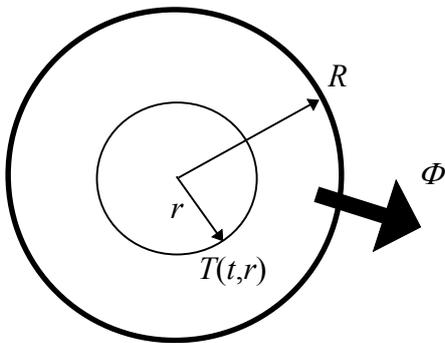


Figure 5.3 Transferts dans un fruit à symétrie radiale.

Variable	Signification	Utilisation
T_a	Température de l'air avant le produit	Perturbation mesurée Retour de sortie pour le régulateur PI
V_a	Vitesse de l'air avant le produit	Perturbation mesurée
H_a	Humidité relative de l'air avant le produit	Supervision
T_{cc}	Températures au centre du produit situé au point le plus chaud	Retour de sortie
T_{sc}	Températures en surface du produit situé au point le plus chaud	Supervision
T_{cf}	Températures au centre du produit situé au point le plus froid	Retour de sortie
T_{sf}	Températures en surface du produit situé au point le plus froid	Supervision
T_{a1}, T_{a2}	Températures de l'air en deux points autour du produit le plus chaud	Supervision
T_{a3}, T_{a4}	Températures de l'air en deux points juste derrière la cagette	Supervision
$P_{mc}(t_F)$	Perte de masse totale subie par le produit situé au point le plus chaud	Analyse à posteriori
$P_{mf}(t_F)$	Perte de masse totale subie par le produit situé au point le plus froid	Analyse à posteriori

Tableau 5.2. Variables mesurées sur le procédé de réfrigération.

Lors de la mise en oeuvre, les dérivées partielles par rapport à la variable spatiale r sont remplacées par des différences finies, ce qui revient à approximer le système à paramètres distribués par un système à dimension d'état finie. L'intégration par rapport au temps est gérée automatiquement par les algorithmes numériques de la boîte à outils pour la simulation des systèmes dynamiques de Matlab (The MathWorks Inc. 1992).

5.3.2. Formulation mathématique du problème de commande

5.3.2.1. Variables du procédé

En toute rigueur, le système considéré est à paramètres distribués. L'état est de dimension infinie, constitué des valeurs de la température et de la teneur en eau dans chaque point à l'intérieur des produits réfrigérés. Afin de pouvoir traiter le problème par des méthodes mathématiques usuelles et avec des moyens informatiques raisonnables, nous considérons une description approximative du procédé, caractérisée par une dimension de l'état finie et relativement réduite.

Nous ne nous intéressons qu'aux produits situés aux points critiques (le plus chaud et le plus froid). Les fruits sont supposés sphériques, le champ de température à symétrie radiale, et la teneur en eau uniforme. L'état du procédé est donc formé des valeurs des températures en quelques points sur le rayon des deux sphères, ainsi que des deux teneurs en eau. Les variables mesurées sont présentées dans le tableau 5.2.

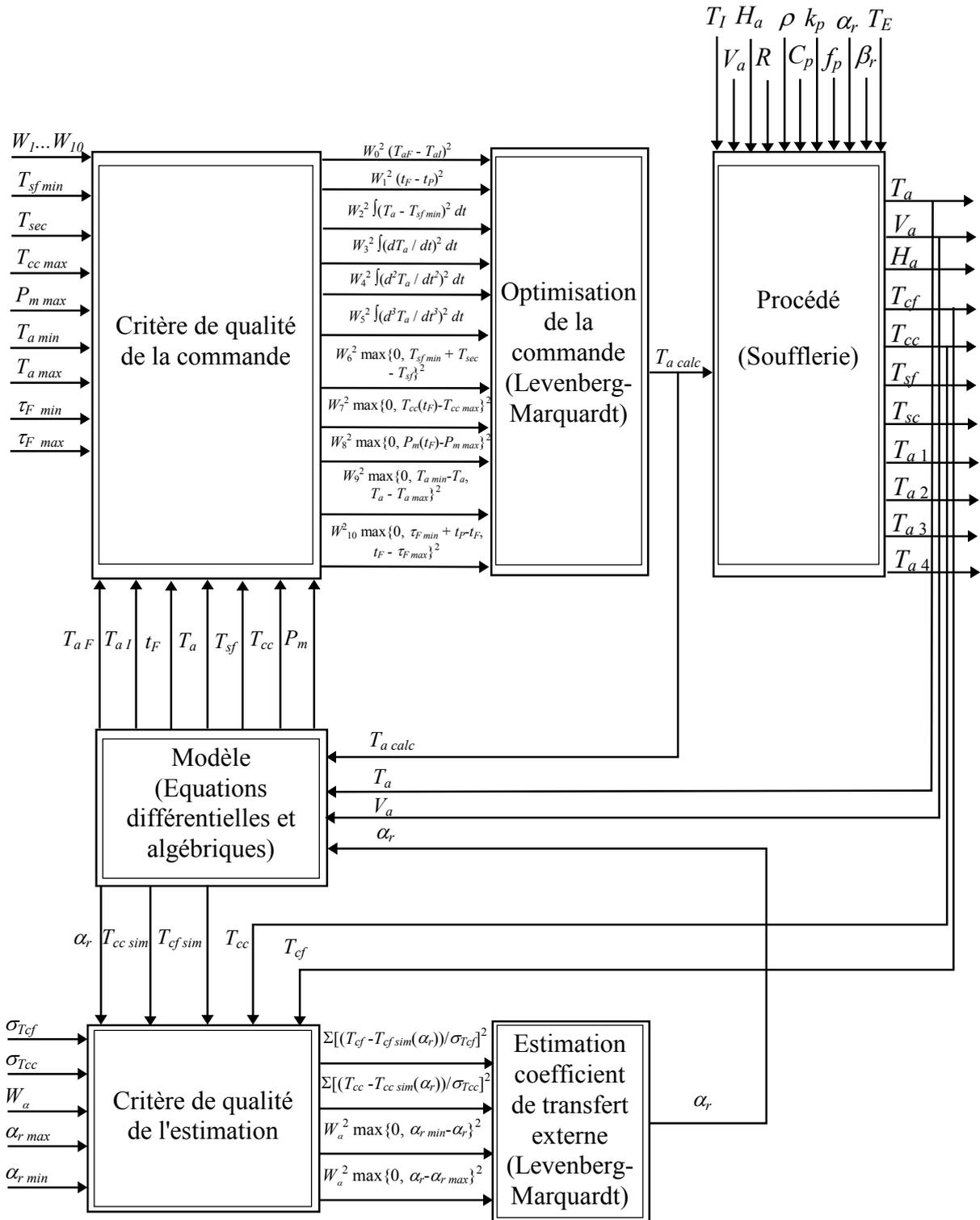


Figure 5.4. Schéma bloc de l'algorithme de commande de la soufflerie pilote.

Les variables de commande possibles sont les paramètres de l'air dans la soufflerie T_a , V_a et H_a .

Le schéma bloc global de l'algorithme de commande (figure 2.1) est particularisé pour le procédé de réfrigération dans la figure 5.4. Cette figure donne une vue d'ensemble sur la

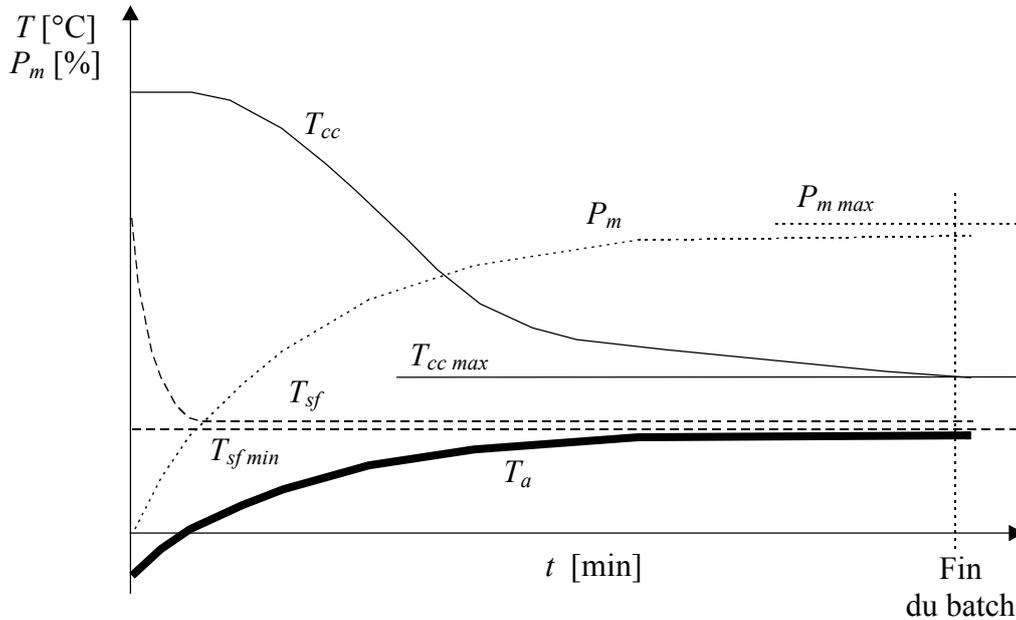


Figure 5.5. Evolution des principales variables lors d'une expérience de réfrigération typique.

circulation de l'information entre les différentes composantes du module de commande et le procédé. Le choix des variables est détaillé dans ce qui suit.

5.3.2.2. Critère d'optimisation et contraintes. Choix de la variable de commande

La figure 5.5 présente l'évolution dans le temps des principales variables du procédé, lors d'une expérience de réfrigération typique. Le rôle de l'algorithme de commande est de piloter la soufflerie de manière à minimiser le coût de la réfrigération, qui inclut entre autres la productivité de l'installation (temps total de traitement) et l'énergie consommée, tout en respectant les contraintes suivantes :

1. A la fin du cycle, la température la plus élevée dans le lit de produit, c'est à dire la température au centre du fruit situé au point le plus chaud $T_{cc}(t_F)$ ne doit pas dépasser une valeur limite spécifiée à l'avance $T_{cc\ max}$, au delà de laquelle la conservation n'est pas assurée. Cette valeur dépend du type de produit (tableau 5.1).
2. A aucun moment, la température la plus basse dans le lit de produit, c'est à dire la température en surface du fruit situé au point le plus froid $T_{sf}(t) \ t \in [0; t_F]$ ne doit descendre en dessous d'une valeur limite spécifiée à l'avance $T_{sf\ min}$, au delà de laquelle la qualité du produit est endommagée par la maladie du froid. Cette valeur dépend du type de produit (tableau 5.1).
3. A la fin du cycle, la perte de masse la plus élevée, notamment celle du fruit situé au point le plus froid, ne doit pas dépasser une limite fixée ici à une valeur usuelle $P_{m\ max} = 2 \%$.
4. Les limites techniques de la soufflerie ne doivent pas être dépassées (éviter la saturation des actionneurs).

L'humidité de l'air influence surtout la perte de masse des produits, et très peu la vitesse de refroidissement, s'il n'y a pas de condensation. Dans cette étude nous ne nous intéressons pas à la réfrigération par brumisation. Sans humidification artificielle de l'air, la

perte de masse des produits réels étudiés s'est avéré très inférieure au seuil fixé, et nous travaillons à humidité de l'air ambiante.

La vitesse de l'air permet d'influencer sensiblement la réfrigération, mais elle n'est pas réglable sur la plupart des procédés industriels. Dans nos expériences la vitesse de l'air a été gardée constante à une valeur usuelle $V_a = 1$ m/s. Son effet reste à étudier plus en détail, mais les simulations montrent que des gains substantiels ne doivent pas être attendus. Une valeur plus faible ralentit la réfrigération, tandis qu'une valeur sensiblement plus élevée produit un fonctionnement non économique du circuit de refroidissement : La puissance du ventilateur augmente très vite, et l'énergie dégagée peut devenir comparable avec la chaleur extraite du produit.

La variable de commande dans nos expériences est la température de l'air. C'est un paramètre relativement facile à régler industriellement, et à forte influence sur le processus de réfrigération.

5.3.2.3. Paramétrisation de la commande

Le calcul d'un profil de température de l'air dans le temps est du domaine de l'optimisation dynamique, car l'inconnue est une fonction. Afin de simplifier la mise en œuvre, le profil de température a été paramétré à travers un nombre fini et relativement réduit de variables réelles regroupées dans le vecteur \underline{u} .

A cause de l'inertie considérable de l'installation, le profil de température doit être suffisamment lisse pour pouvoir être suivi correctement. Il est aussi avantageux de faire apparaître explicitement les valeurs de la température en différents points, ainsi que le temps total de traitement, afin de pouvoir imposer des contraintes prioritaires sur la commande et de garantir la stabilité en boucle fermée.

La solution choisie est représentée dans la figure 5.6. Les paramètres à optimiser sont le temps restant jusqu'à la fin de l'expérience et les températures en quelques points (1 à 5, en fonction du temps restant estimé antérieurement). Avant le début de l'expérience, il est possible d'optimiser la température initiale, mais par la suite seulement la température future peut être influencée. La variation de la température entre les points est linéaire.

5.3.2.4. Choix des variables à estimer

Dans des conditions réelles, les propriétés thermiques des fruits traités, ainsi que leur taille et leur forme, sont imparfaitement connues. Le mécanisme d'estimation permet d'utiliser l'information accumulée par retour de sortie pour estimer certains de ces paramètres, afin de mieux connaître l'état courant du procédé et d'améliorer les prédictions. Le choix des paramètres à estimer est basé sur la connaissance a priori de la réfrigération, sur la qualité des

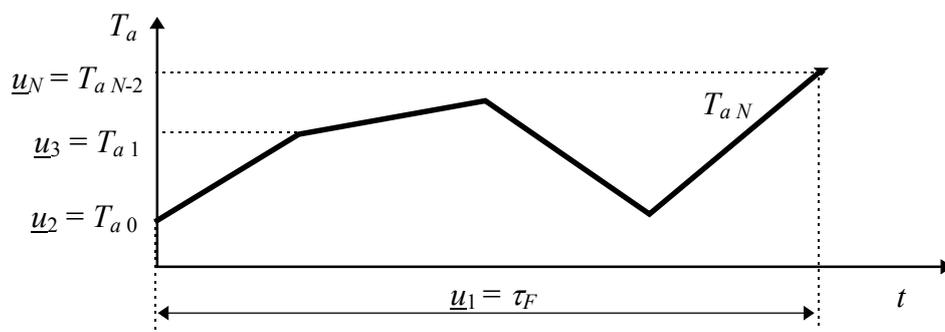


Figure 5.6. Paramétrisation d'un profil de température de l'air linéaire par morceaux.

mesures en ligne et sur une analyse de sensibilité.

A priori il est possible d'envisager l'estimation de l'une ou de plusieurs des grandeurs suivantes : la taille des fruits (rayon moyen), le coefficient de forme, la densité, la capacité calorifique, la conductivité thermique et le coefficient de transfert thermique externe. Les mesures utilisables pour l'estimation sont les températures aux centres des sphères, en surface, et les températures de l'air à l'intérieur et derrière l'empilement du produit.

La température de l'air après passage à travers le lit de produit est un grandeur très convenable industriellement, car elle ne demande pas l'introduction des fruits instrumentés dans la palette. Malheureusement, il existe des passages préférentiels de l'air, qui font qu'un bilan thermique dressé sur cette base est peu fiable, du moins dans nos conditions expérimentales, où une seule cagette est remplie de produit. La température à l'intérieur de la palette souffre du même défaut : On ne connaît pas exactement le débit d'air qui vient en contact avec la produit, et la proportion de l'air qui passe entre les cagettes. Les grandeurs estimées sont très sensibles à cet aspect. Dans des conditions industrielles, ce bilan peut être rendu plus fiable, la quantité de produit étant plus grande.

La mesure de la température de surface est très sensible à la position du capteur par rapport à la peau du fruit et aux fruits voisins. La température au centre est beaucoup plus fiable. Nous avons décidé de l'utiliser pour l'estimation, et de garder la température de surface pour apprécier la qualité des estimations.

Dans nos expériences, la taille des fruits, la densité et le coefficient de forme sont bien connus. Plusieurs essais en simulation on permis de choisir le coefficient de transfert moyen dans la cagette comme paramètre à estimer, et de fixer la capacité calorifique et la conductivité thermique aux valeurs trouvées dans la littérature. Pour estimer plusieurs de ces paramètres à la fois, les mesures choisies (températures aux centres) ne sont pas suffisantes. Dans des conditions industrielles, d'autres solutions peuvent être plus adaptées. Par exemple, la taille des fruits est une variable très convenable du point de vue numérique, car des petites variations de taille expliquent bien un refroidissement plus ou moins rapide.

5.3.2.5. Critère de qualité de la commande

Le critère de qualité de la commande est construit à partir des coûts économiques à optimiser et des éventuelles violations des contraintes. Dans cette application, la commande est calculée en minimisant directement le critère de qualité, sans prise en compte séparée des contraintes. Le critère de qualité est mis (artificiellement) sous une forme de somme de carrés, pour profiter de l'algorithme numérique spécialisée de Matlab, le plus fiable dans la boîte à outils dont nous disposons. Pour une utilisation en ligne, la fiabilité a été jugée déterminante par rapport à la précision.

Expression complète du critère de qualité de la commande

La profil de température optimal est celui qui minimise le critère de qualité de la commande suivant, dont les composantes sont détaillées dans ce qui suit :

$$Q_c = \sum_{i=0}^{10} Q_{c i} .$$

Les compromis entre différentes tendances contradictoires sont gérés à travers les poids accordés à chaque composante de la fonction de coût. Pour la mise en oeuvre, tous les éléments sont exprimées en fonction des paramètres de la commande (\underline{u}).

Mise en température

Une première composante du critère de qualité est due au coût de mise en température de l'installation, entre le traitement de deux lots successifs. Elle dépend de l'écart entre les températures initiale et finale :

$$Q_{c0} = W_0^2 (T_{aF} - T_{aI})^2 .$$

T_{aF} est la température de l'air dans la soufflerie à la fin du traitement du lot précédent, supposée être la même que pour le lot en cours, T_{aI} la température au début du traitement du lot courant, et W_0 le poids de cette composante dans le coût total. Le poids tient compte du temps et de l'énergie nécessaire pour effectuer la mise en température.

Cette composante n'intervient que lors de l'optimisation hors ligne. Une fois le traitement commencé, W_0 est mis à 0, car la température initiale ne peut plus être changée. Il n'est pas souhaitable de rapprocher la température finale d'une valeur qui peut être perturbée, notamment par l'ouverture de la porte lors de la mise en place du produit.

Durée du traitement

Le désir de réduire le temps total (puis, une fois l'expérience commencée, le temps restant) de la réfrigération, est exprimé à travers :

$$Q_{c1} = W_1^2 (t_F - t_P)^2 .$$

Ici t_F est le temps de fin estimé, t_P le temps présent (avant le début, le temps initial), et W_1 est un coût d'immobilisation de l'installation (lié à la productivité, en termes de quantité de fruits traités par jour).

Consommation énergétique et lissage de la commande

La consommation énergétique est pénalisée à travers les termes Q_{c2} à Q_{c4} . Q_{c2} exprime le coût de la réduction de la température en dessous de la valeur usuelle $T_{sf\ min}$:

$$Q_{c2} = W_2^2 \int_{t_P}^{t_F} (T_a(t) - T_{sf\ min})^2 dt ,$$

tandis que Q_{c3} pénalise les variations de température trop rapides, qui demandent une forte sollicitation de l'organe de production du froid :

$$Q_{c3} = W_3^2 \int_{t_P}^{t_F} \left(\frac{dT_a}{dt}(t) \right)^2 dt .$$

Un refroidissement suivi d'une augmentation rapide de température est à éviter, car l'énergie extraite est tout de suite ré injectée à travers les résistances de chauffage. L'inverse est vraie aussi. Q_{c4} permet d'éviter ce type de comportement, qui se traduit mathématiquement par une valeur élevée de la dérivée seconde :

$$Q_{c4} = W_4^2 \int_{t_P}^{t_F} \left(\frac{d^2 T_a}{dt^2}(t) \right)^2 dt .$$

Mise à part la justification énergétique, la possibilité de pénaliser les dérivées de la commande contribue à obtenir des actions "douces", que beaucoup d'utilisateurs préfèrent en pratique, même si cette préférence est difficile à chiffrer. Nous avons introduit aussi une pénalisation de la dérivée troisième :

$$Q_{c5} = W_5^2 \int_{t_P}^{t_F} \left(\frac{d^3 T_a}{dt^3}(t) \right)^2 dt .$$

Le poids est choisi de manière à ce que la valeur numérique de la composante Q_{c5} soit négligeable dans la plupart des cas. Cette composante est surtout utile pour éviter les minima locaux lors de l'optimisation, qui se traduisent le plus souvent par des profils de température en zigzag.

Contrainte de qualité

La contrainte de qualité s'exprime dans notre cas par la nécessité de maintenir, à tout instant, la température de surface du produit situé au point le plus froid T_{sf} au dessus de la limite imposée T_{sfmin} . La violation de cette contrainte est pénalisée dans le critère de qualité de la commande :

$$Q_{c6} = W_6^2 \max \left\{ 0, T_{sfmin} + T_{sec} - \inf_{t \in [t_P; t_F]} T_{sf}(t) \right\}^2 .$$

Il est montré dans l'annexe 2 qu'une pénalisation quadratique ne permet pas d'éviter les faibles violations des contraintes pour un poids W_6 fini. La marge de sécurité T_{sec} a le rôle de décaler légèrement la contrainte, afin d'éliminer le risque de dégradation du produit par la maladie du froid. Le poids W_6 est choisi de façon à rendre Q_{c6} dominante par rapport aux autres composantes du critère de qualité, sans introduire des discontinuités excessives dans les dérivées secondes.

Contrainte de fin

Le profil de commande calculé doit assurer, à la fin du cycle, une température du produit situé au point le plus chaud T_{cc} inférieure à la température de conservation T_{ccmax} :

$$Q_{c7} = W_7^2 \max \left\{ 0, T_{cc}(t_F) - T_{ccmax} \right\}^2 .$$

Une marge de sécurité n'est pas indispensable, car cette contrainte est assurée de façon prioritaire par ailleurs : La réfrigération ne s'arrête que si elle est satisfaite. Le poids W_7 est choisi pour assurer la dominance de Q_{c7} par rapport aux composantes économiques.

Contrainte sur la perte de masse

La perte de masse est limitée en introduisant la composante Q_{c8} dans le critère de qualité de la commande :

$$Q_{c8} = W_8^2 \max \left\{ 0, P_m(t_F) - P_{mmax} \right\}^2 .$$

Limites admissibles de la température de l'air

Le profil de température optimal doit comporter des valeurs physiquement réalisables sur le pilote. La composante Q_{c9} guide la recherche de l'optimum vers des zones raisonnables :

$$Q_{c9} = W_9^2 \max \left\{ 0, \sup_{t \in [t_P; t_F]} T_{a \min} - T_a(t), \sup_{t \in [t_P; t_F]} T_a(t) - T_{a \max} \right\}^2 .$$

Ici $T_{a \min} = -15^\circ\text{C}$ est la borne inférieure et $T_{a \max} = 15^\circ\text{C}$ est la borne supérieure du domaine où devrait se trouver le profil optimal. Une marge de sécurité n'est pas nécessaire, car le respect des bornes est vérifié au moment de l'application la commande (contrainte prioritaire).

Limites admissibles du temps de traitement

Le temps de fin fait partie des variables à optimiser. Q_{c10} indique à l'algorithme d'optimisation le domaine des valeurs valides :

$$Q_{c10} = W_{10}^2 \max \left\{ 0, \tau_{F \min} + t_P - t_F, t_F - \tau_{F \max} \right\}^2 .$$

La borne inférieure $\tau_{F \min}$ est de 2 périodes d'échantillonnage et la borne supérieure $\tau_{F \max}$ de 300 minutes. La prédiction se fait au moins 2 périodes d'échantillonnage à l'avance, y compris vers la fin du traitement. L'arrêt effectif de la réfrigération est décidé sur la base du retour de sortie, indépendamment du temps de fin prédit lors de l'optimisation.

Mise en oeuvre

La simulation du modèle est indispensable pour calculer les valeurs futures des températures en surface et aux centres des sphères, ainsi que de la perte de masse. Les intégrales sont approximées par des sommes, et les dérivées par différences finies.

5.3.2.6. Critère de qualité de l'estimation

Le retour de sortie est utilisé pour estimer le coefficient de transfert moyen de la cagette, en même temps que l'état courant du procédé (distribution des températures et pertes de masse dans les deux fruits situés aux points critiques). L'estimation est basée sur la concordance entre les valeurs mesurées de la température aux centres des deux fruits instrumentés, et les valeurs données par le modèle (Boillereaux 1996; Bequette 1991).

Le coefficient de transfert qui donne la meilleure concordance au sens du critère de qualité, ainsi que l'état correspondant, sont retenus. Le critère de qualité de l'estimation est un écart quadratique entre les simulations et les mesures. Dans le cas d'un modèle linéaire par rapport aux paramètres et d'un bruit gaussien blanc centré sur les mesures, cette approche maximise la vraisemblance des estimations. La plupart des auteurs utilisent un critère d'estimation quadratique, y compris pour les procédés non linéaires, sans vérifier les hypothèses statistiques sur le bruit (Li et Biegler 1990).

Concordance des températures au centre du fruit le plus froid

Le premier élément du critère de qualité de l'estimation mesure la concordance entre les valeurs simulées et mesurées de la température au centre du fruit le plus froid :

$$Q_{e1} = \sum_{t_m \in [t_I; t_P]} \left[\frac{T_{cf}(t_m) - T_{cf\ sim}(t_m, \alpha_r)}{\sigma_{T_{cf}}} \right]^2.$$

Ici t_m sont les instants d'acquisition des mesures, $[t_I; t_P]$ est l'horizon d'estimation, T_{cf} sont les valeurs de la température mesurée au centre du fruit le plus froid, $T_{cf\ sim}$ sont les valeurs de la température simulées avec le modèle, dont le paramètre à estimer (ici le coefficient de transfert relatif) a la valeur α_r . $\sigma_{T_{cf}}$ caractérise la précision des mesures : Les mesures plus précises ont plus de poids dans le critère global (Carillo Le Roux 1995).

Concordance des températures au centre du fruit le plus chaud

La température mesurée au centre du fruit situé au point le plus chaud est utilisée de la même façon :

$$Q_{e2} = \sum_{t_m \in [t_I; t_P]} \left[\frac{T_{cc}(t_m) - T_{cc\ sim}(t_m, \alpha_r)}{\sigma_{T_{cc}}} \right]^2.$$

La pondération de cette composante est assurée par $\sigma_{T_{cc}}$.

Valeurs admissibles du paramètre estimé

Si le procédé est soumis à des perturbations externes ou paramétriques, les températures mesurées peuvent devenir sensiblement différentes des valeurs données par le modèle. L'estimateur essaie d'expliquer les différences à travers les degrés de liberté disponibles, notamment à travers le paramètre à estimer. Si la perturbation est d'une nature différente, les estimations peuvent devenir aberrantes, compromettant complètement la capacité prédictive du modèle. La composante suivante du critère de qualité de l'estimation empêche ce phénomène :

$$Q_{e3} = W_\alpha^2 \max\{0, \alpha_{r\ min} - \alpha_r, \alpha_r - \alpha_{r\ max}\}^2.$$

Le poids W_α est choisi pour rendre Q_{e3} dominante par rapport aux autres composantes, si les bornes $\alpha_{r\ min}$ et $\alpha_{r\ max}$ sont dépassées. Le choix des bornes est grandement facilité si le paramètre estimé a un sens physique direct.

Expression complète du critère de qualité de l'estimation

Le critère de qualité de l'estimation s'écrit :

$$Q_e = \sum_{i=1}^3 Q_{ei}.$$

Le calcul effectif du critère demande la simulation du modèle interne.

5.3.3. Algorithme d'optimisation de la commande

Plusieurs algorithmes numériques de la boîte à outils pour optimisation de Matlab (Grace 1994) ont été testés en simulation, pour évaluer leur capacité à résoudre le problème de commande optimale. Une synthèse des résultats est présentée dans le tableau 5.3. Parmi tous les critères énumérés, la fiabilité est jugée déterminante pour un fonctionnement en ligne.

Nom	constr	fminu	fmins	leastsq
Algorithme	Programmation Quadratique Séquentielle	Quasi Newton	Simplex (Nedler et Mead)	Levenberg Marquardt
Contraintes	Explicites	Pénalisation linéaire dans la fonction de coût	Pénalisation linéaire dans la fonction de coût	Pénalisation quadratique dans la fonction de coût
Fiabilité	Moyenne	Moyenne	Mauvaise	Bonne
Précision	Excellente	Bonne	Mauvaise	Moyenne
Comportement loin de l'optimum	Mauvais	Moyen	Bon	Bon

Tableau 5.3. Comparaison des algorithmes d'optimisation

La fiabilité est considérée bonne si l'algorithme converge toujours vers une solution acceptable, quelque soit le profil initial de la commande, les perturbations et l'avancement de la réfrigération. Un bon comportement loin de l'optimum signifie que les zones des fortes violations des contraintes sont vite évitées, en quelques itérations seulement.

L'approximation linéaire des contraintes dans la programmation quadratique séquentielle fait que loin de l'optimum la direction initiale de recherche est mauvaise et le progrès extrêmement lent. Les performances médiocres de l'algorithme quasi Newton viennent du fait que la pénalisation linéaire des contraintes dans la fonction de coût introduit des discontinuités dans les dérivées. La contre performance du Simplex est plus difficile à expliquer, surtout que cette version a été testée avec succès sur d'autres types de problèmes.

L'algorithme de type Levenberg - Marquardt pour somme des carrés a été retenu, malgré sa précision limitée. Elle est inhérente à la pénalisation quadratique des contraintes (annexe 2), s'il y a des contraintes actives à la solution (notre cas). Le comportement numérique est acceptable.

Poids	Fig.5.7	Fig.5.8a	Fig.5.8b	Fig.5.8c	Fig.5.9a	Fig.5.9b	Fig.5.9c	Fig.5.9d	Fig.5.10
W_0	5	0	0	0	0	5	0	0	0
W_1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
W_2	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
W_3	5	5	5	5	5	5	5	5	5
W_4	10	10	10	10	10	10	10	10	10
W_5	10	10	10	10	10	10	10	10	10
W_6	40	40	40	40	40	40	40	40	40
W_7	10	10	10	10	10	10	10	10	10
W_8	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
W_9	10	10	10	10	10	10	10	10	10
W_{10}	1	1	1	1	1	1	1	1	1
W_α	20	20	20	20	20	20	20	20	20
σ_{Tcf}	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
σ_{Tcc}	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1

Tableau 5.4. Paramètres de l'algorithme de commande.

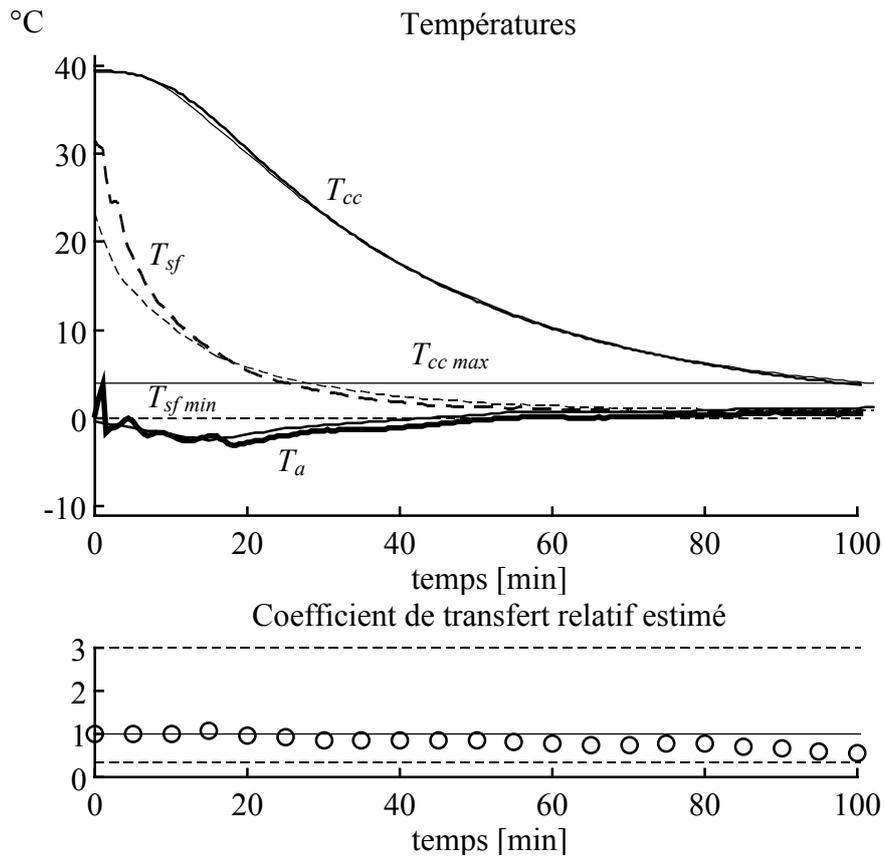


Figure 5.7. Expérience de réfrigération typique avec gel de carraghénane. Températures : Valeurs mesurées (trait gras) et valeurs données par le modèle (trait fin). Coefficient de transfert relatif : Estimé (o), valeur nominale (—) et limites admissibles (— —).

5.3.4. Algorithme d'estimation

Le critère de qualité de l'estimation est naturellement sous la forme d'une somme de carrés. L'algorithme d'optimisation spécialisé (Levenberg - Marquardt) est donc tout indiqué, d'autant plus que les contraintes sur la valeur du paramètre estimé ne sont normalement pas actives (limitantes). La convergence est donc très rapide (moins de 10 itérations typiquement) et la précision élevée.

Si l'une des contraintes (borne inférieure ou supérieure) devient limitante, c'est le signe d'une anomalie, comme une forte perturbation ou un mauvais choix du paramètre à estimer. La précision est dans ce cas secondaire.

5.4. Résultats et discussion

5.4.1. Expérience de réfrigération typique

Dans la figure 5.7 est présenté le tableau général d'une expérience de réfrigération typique, utilisant le produit "modèle" (sphères en gel de carraghénane). Les paramètres de l'algorithme de commande sont donnés dans le tableau 5.4.

Le profil de température optimal calculé commence autour de $T_{sf\ min}$, parce que la température initiale doit être proche de la température finale ($W_0 \neq 0$), afin d'éliminer le temps

de mise en température entre les lots de produit. La température mesurée est légèrement perturbée par l'ouverture de la porte, lors de l'introduction de la cagette. Une réfrigération rapide (contrôlée par W_1) et une faible perte de masse (contrôlée par W_8) demandent la baisse rapide de la température, mais plusieurs facteurs s'y opposent :

1. Le coût additionnel pour baisser la température en dessous de $T_{sf\ min}$ (contrôlée par W_2).
2. Au début du traitement, l'inertie thermique du pilote, qui demande une grande consommation du froid pour une baisse rapide de la température (contrôlée par W_3).
3. Vers la fin du traitement, la contrainte de qualité, notamment la température de surface du produit situé au point le plus froid (contrôlée par W_6).

La température au centre du produit est bien simulée sur toute la durée du cycle. C'est en grande partie dû au fait que les températures au centre sont utilisées pour estimer un paramètre du modèle, ce qui permet une bonne prédiction du temps de fin du traitement.

La température de surface est légèrement sous estimée pendant les premiers 15 % du temps total, et bien simulée sur les autres 85 %. C'est acceptable du point de vue de la commande, car la contrainte de qualité n'est jamais active dès le départ. Une simulation pessimiste a tendance à préserver la qualité, en adoptant une stratégie sous optimale. Il faut souligner aussi que les mesures de température de surface ne sont pas très fiables, et dépendent beaucoup de la position du capteur par rapport aux autres sphères, ainsi que des conditions aérodynamiques dans la cagette.

La perte de masse finale est de 2,96 %, tandis que le modèle prédit 2,40 %, ce qui montre un coefficient de transfert de matière légèrement sous estimé. L'activité de l'eau est probablement inférieure à 1 vers la fin du cycle. La contrainte de perte de masse finale, arbitrairement fixée à 2 %, n'est pas satisfaite. Une analyse plus détaillée montre que, si la seule variable manipulée est la température de l'air avant le produit, la perte de masse peut être réduite de façon significative seulement en réduisant le temps total de traitement, ce qui est en contradiction avec d'autres spécifications. Le compromis souhaité est obtenu par le choix des poids (tableau 5.4).

L'estimation du coefficient de transfert relatif (valeur nominale unitaire) commence au bout de 15 minutes. L'horizon d'estimation est progressivement étendu jusqu'à 35 minutes, puis reste constant. Les valeurs des températures au centre datant de plus de 35 minutes ne sont pas utilisées pour l'estimation. La première valeur calculée est autour de 1,1, puis décroît progressivement jusqu'à 0,5. Ce comportement est typique pour toutes nos expériences. Il signifie que le modèle (avec des paramètres constants) a tendance à sous estimer la vitesse de réfrigération au début de l'expérience et de la surestimer vers la fin.

5.4.2. Expériences de réfrigération avec fruits réels

Les expériences présentées dans la figure 5.8, ainsi que le tableau 5.4, montre que notre algorithme de commande optimale peut être appliqué tel quel aux fruits réels, de dimension et de forme comparable. Certains paramètres peuvent être ajustés, mais aucun d'entre eux n'est critique.

Nous ne demandons pas ici que la température finale soit égale à la température initiale ($W_0 = 0$). Cela signifie par exemple que la mise en température peut s'effectuer pendant le chargement du nouveau lot de produit dans la soufflerie. La minimisation du temps de traitement est dominante par rapport à la réduction de la consommation énergétique. Le profil de température optimal commence à basses températures, et le principal obstacle à

l'augmentation de la productivité est la contrainte de qualité, exprimée à travers la température de surface minimale. La contrainte est active pendant 80 % du temps environ. L'inertie thermique de la soufflerie, exprimée à travers W_3 , empêche des variations de température plus rapides.

Dans le cas des pommes (figure 5.8a), la température de surface est sous estimée beaucoup plus que d'habitude sur les 20 premières minutes. Ceci est dû à un coefficient de transfert estimé anormalement élevé : Les deux premières valeurs calculées sont 3 fois la valeur nominale, ce qui correspond à la limite fixée. Des pics plus réduits ont été obtenus pour d'autres fruits (figure 5.8b), et sont probablement dus au refroidissement initial des fruits, pendant la manipulation des caquettes (3 à 7 minutes). L'algorithme d'estimation explique les températures à cœur plus basses que prévu par le seul degré de liberté disponible. Toutefois, dans le cas des pommes, de très grands pics du coefficient de transfert ont été observés systématiquement (4 répétitions de l'expérience). L'explication la plus probable est que le creux de la pomme favorise un transfert de chaleur préférentiel de chaleur vers le centre du fruit.

La température de surface sous estimée donne une violation apparente de la contrainte de qualité. L'algorithme de commande réagit aussi rapidement que lui permet l'inertie thermique de la soufflerie, en augmentant la température de l'air. La commande résultante est sous optimale. Plusieurs solutions sont envisageables :

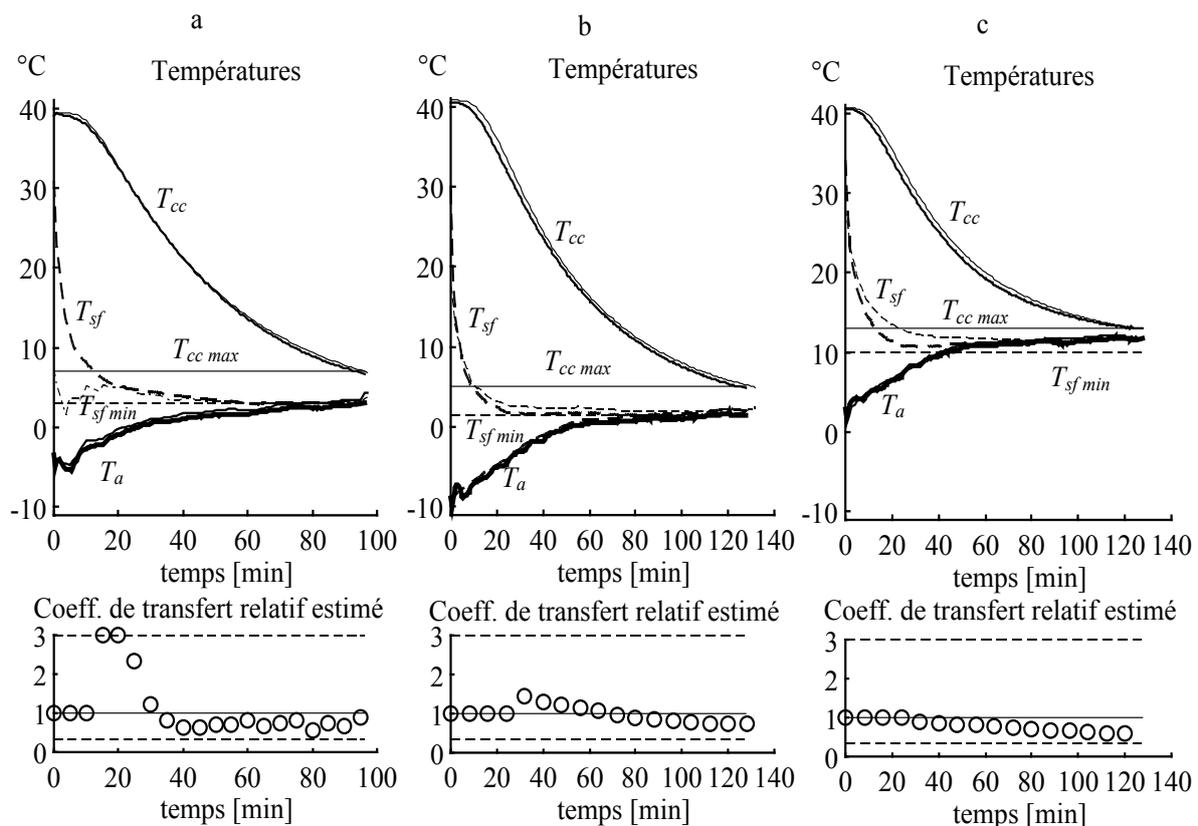


Figure 5.8. Expériences de réfrigération avec fruits réels. (a) Pommes. (b) Oranges. (c) Tomates. Températures : Valeurs mesurées (trait gras) et valeurs données par le modèle (trait fin). Coefficient de transfert relatif : Estimé (o), valeur nominale (—) et limites admissibles (— —).

1. Réduire le domaine de valeurs admissibles du coefficient estimé.
2. Augmenter l'horizon d'estimation, avec un effet de filtrage.
3. Choisir un autre paramètre à estimer, comme le coefficient de forme, la conductivité thermique ou le rayon du fruit, qui ne demande pas une température de surface excessivement réduite pour expliquer un refroidissement rapide au centre.
4. Choisir un autre emplacement des capteurs pour l'estimation des paramètres du modèle.

Pour tous les fruits examinés, la perte de masse est négligeable, de l'ordre de 0.01 %, à cause de la peau imperméable. Le modèle, basé sur l'hypothèse de l'eau libre en surface, prédit des valeurs autour de 2,5 %. Une simplification considérable du modèle peut être obtenue en annulant le coefficient de transfert de masse, car le température de surface peut être calculée explicitement, et les simulations sont à peu près deux fois plus rapides. Ceci permet une optimisation plus précise et/ou des périodes d'échantillonnage plus courtes. La perte de masse prédite devient nulle, et la contrainte de perte de masse disparaît. L'expérience représentée dans la figure 5.8b utilise le modèle simplifié, avec des résultats tout à fait satisfaisants. La prédiction de la température de surface est même meilleure, car en réalité il n'y a pratiquement pas d'évaporation.

Dans la figure 5.8c (tomates), le coefficient de transfert de masse a une valeur réduite mais non nulle, qui explique approximativement la perte de masse observée expérimentalement. La température de surface paraît surestimée. Il faut tenir compte du fait que la peau du fruit est endommagée dans le voisinage immédiat du capteur : Le thermocouple est en contact avec la pulpe humide, tandis que la majeure partie de la surface du fruit est sèche.

5.4.3. Tests de robustesse de l'algorithme de commande

Le comportement de l'algorithme de commande a été testé dans différentes situations qui n'ont pas été explicitement prévues, mais qui peuvent apparaître en pratique.

L'expérience représentée dans la figure 5.9a est effectuée avec des pommes, mais en utilisant le modèle interne des oranges (perturbation paramétrique). L'algorithme de commande est pratiquement insensible à l'erreur de modélisation, malgré le fait que les propriétés des deux types de fruits sont sensiblement différentes (tableau 5.1). Le retour de sortie permet de compenser cette non concordance. Cette expérience montre que l'application pratique de cette méthode ne demande qu'une connaissance approximative des propriétés physiques des fruits. Le même modèle peut être utilisé pour plusieurs types de fruits similaires.

Les conséquences d'une panne du système de production du froid sont présentées dans la figure 5.9b. La porte a été maintenue ouverte pendant le même temps (30 minutes), pour accentuer le réchauffement de l'intérieur de l'installation. L'algorithme connaît les vraies valeurs de la température de l'air (perturbation mesurée), mais les prédictions sont systématiquement basées sur les valeurs calculées, qui ne sont appliquées qu'à partir de 50 minutes. Il n'y a aucune tendance à appliquer des commandes excessives, malgré le fait que le procédé reste longtemps en boucle ouverte. La transition vers le fonctionnement normal se fait sans aucun problème, dès que la commande calculée est effectivement appliquée.

Dans la figure 5.9c, la ventilation a été déconnectée pendant 35 minutes. La vraie valeur de la vitesse de l'air est fournie à l'algorithme de commande, qui l'utilise aussi bien pour l'estimation que pour la prédiction (perturbation mesurée). Pendant la "panne", la valeur

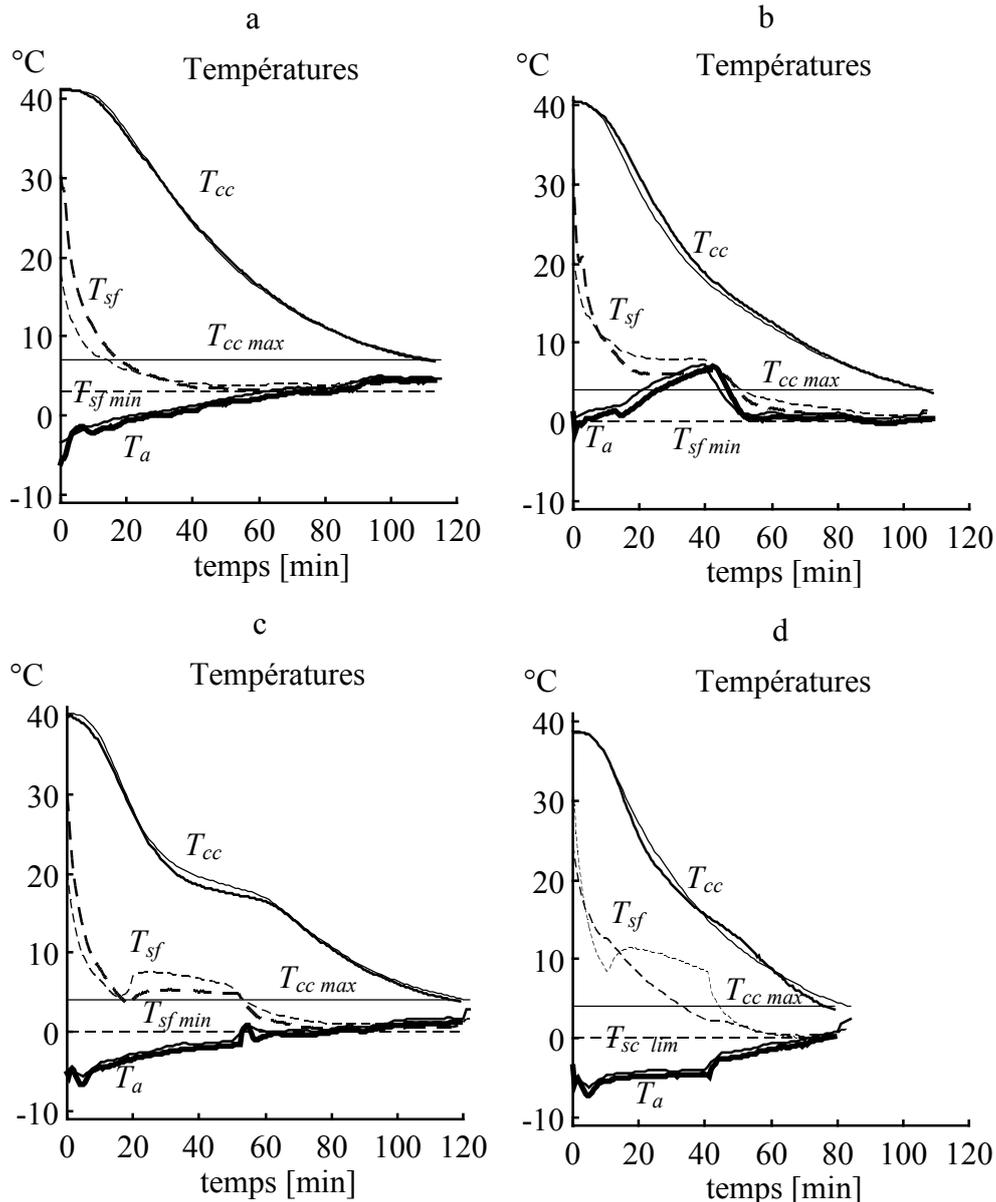


Figure 5.9. Expériences de réfrigération avec perturbations. (a) Pommes, en utilisant le modèle interne des oranges. (b) Gel. Panne du système de production du froid, et ouverture de la porte. (c) Gel. Arrêt de la ventilation, avec vitesse de l'air mesurée. (d) Gel. Arrêt de la ventilation, avec vitesse de l'air non mesurée. Températures mesurées (trait gras) et valeurs données par le modèle (trait fin).

future de la vitesse de l'air était supposée égale à la dernière valeur mesurée, et le temps de fin prédit devient très long. Ce problème disparaît dès que la ventilation est remise en marche. La précision de l'estimation de l'état (dont dépend entre autres la prédiction de la température de surface), est acceptable.

La situation représentée dans la figure 5.9d est similaire, mais plus difficile car la vitesse de l'air n'est pas mesurée. L'algorithme de commande suppose qu'elle reste tout le temps égale à 1 m/s. La prédiction de la température au centre reste acceptable, car elle est directement mesurée et utilisée dans l'estimation de l'état. Le coefficient de transfert estimé est sensiblement plus réduit que dans le cas non perturbé. L'estimation de la température de

surface est complètement fautive, mais ceci n'a pas d'incidence sur la commande car la contrainte de température de surface n'est pas active pendant la panne.

5.4.4. Bénéfices économiques potentiels et facteurs limitants

Il a déjà été souligné, par exemple par Van Impe *et al.* (1994), que les stratégies de commande optimales d'un point de vue économique ont tendance à pousser le procédé vers ses limites de fonctionnement. Pour le procédé de réfrigération considéré, les stratégies de commande optimale diffèrent selon les magnitudes relatives des poids dans le critère de qualité de la commande, mais dans la plupart des cas la tendance est de réduire le temps total de réfrigération, car cela augmente la quantité de fruits traitée dans une unité de temps (journée), réduit la perte de masse et dans certains cas diminue la consommation énergétique. Une exception notable apparaît si le coût de la diminution de la température au delà de la température de traitement traditionnel en conditions constantes ($T_{sf\ min}$) est prohibitif. Dans ce cas l'approche classique est la plus appropriée, et il n'y a pas de raison d'utiliser un algorithme de commande.

Si la réduction du coût économique demande la réduction du temps de traitement, on constate que la température de l'air est abaissée jusqu'à ce que la contrainte de température de surface devienne limitante. Le plus grand flux de chaleur possible est ainsi obtenu pour le fruit situé au point le plus froid. Le rapport entre le flux de chaleur dans le cas de la commande optimale "exacte" (qui ignore les autres aspects et assure $\forall t \geq 0, T_{sf}(t) = T_{sf\ min}$), et le flux de chaleur dans le cas de traitement à température constante ($\forall t \geq 0, T_a(t) = T_{sf\ min}$) est d'autant plus élevé que la résistance thermique interne (entre le centre du fruit et la surface) est réduite, et la résistance thermique externe (entre la surface et l'air) est élevée. La commande optimale

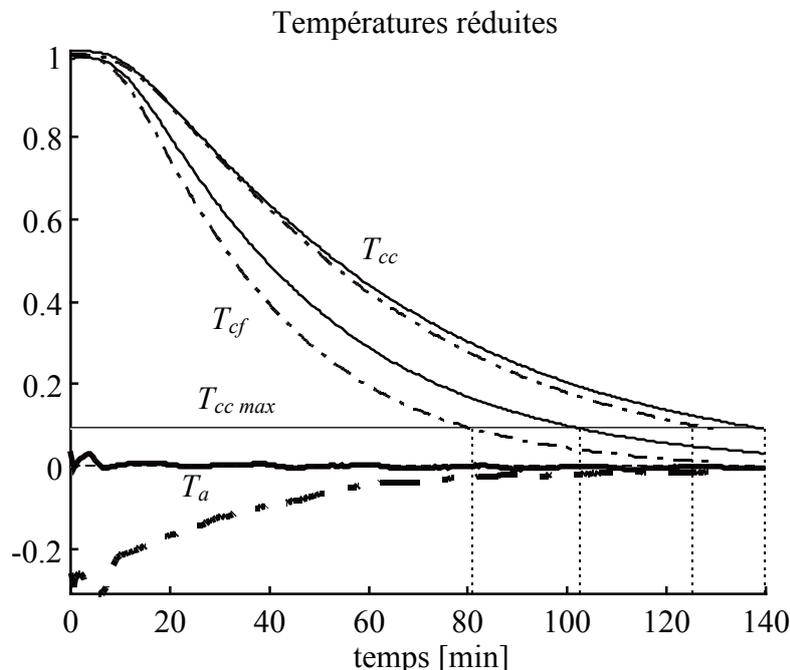


Figure 5.10. Expériences de réfrigération avec oranges. Comparaison entre une stratégie à température de l'air constante (—) et une stratégie optimale (- · -). Températures réduites $T_{red}(t) = (T(t) - T_{sf\ min}) / (T_{cc}(0) - T_{sf\ min})$.

est donc d'autant plus utile que la conductivité thermique des fruits est élevée et la vitesse de l'air réduite.

Les choses sont compliquées en pratique par le fait que les résistances thermiques ne sont pas constantes et la commande optimale "exacte" ne peut pas être réalisée, à cause de l'inertie thermique de la soufflerie et des coûts énergétiques élevés pour obtenir des variations rapides de température. La figure 5.10 montre une comparaison entre la réfrigération traditionnelle à température constante, et en utilisant la commande optimale. L'expérience a été réalisée trois fois, et le résultat le plus proche de la moyenne est présenté. La présentation sous forme de température réduite permet de s'affranchir des petites différences entre les expériences, en ce qui concerne la température initiale.

Dans tous les cas, la température au centre du fruit situé au point le plus froid arrive à la limite imposée ($T_{cc\ max}$) beaucoup plus vite que celle du fruit situé au point le plus chaud. Le temps nécessaire est réduit de 26 % dans le cas de la température constante, et de 37 % dans le cas de la commande optimale. Ceci n'est pas dû uniquement à un coefficient de transfert plus faible, mais aussi au réchauffement de l'air dans la cagette, ce qui est confirmé par des mesures directes. La productivité de l'installation peut être augmentée de façon substantielle en améliorant la ventilation du lit de produit, par exemple en modifiant la géométrie de l'empilement.

Pour la configuration étudiée et les fruits considérés (oranges), la commande optimale diminue le temps de traitement de 7 % et augmente la consommation énergétique de 4,5 %. La consommation énergétique est supposée proportionnelle à la surface comprise entre la courbe de température de l'air et la température ambiante. Si on regarde le fruit situé au point le plus froid uniquement, on constate que la commande optimale réduit le temps de traitement de 20 %, tandis que la consommation énergétique est réduite elle aussi de 6,5 %. Ceci montre encore une fois l'importance d'une meilleure ventilation de l'empilement de cagettes.

5.5. Analyse de robustesse

5.5.1. Stabilité robuste en boucle fermée

La stabilité robuste du système de commande en boucle fermée (dans le sens entrée bornée, sortie bornée) est une conséquence directe de la stabilité robuste du procédé lui-même (en boucle ouverte), et des précautions prises lors de la mise en oeuvre de l'algorithme de commande, qui permettent de la préserver (§3.7.1). L'analyse suivante donne une idée des bornes de stabilité qui ne sont dépassées en aucun cas, y compris si le modèle interne utilisé par l'algorithme est faux (éventuellement à cause d'une estimation défailante), si l'optimisation de la commande fonctionne mal et si les perturbations les plus fortes surviennent en même temps.

5.5.1.1. Variables analysées

L'entrée de commande est la valeur calculée de la température de l'air avant le produit. Les variables de sortie qui nous intéressent sont la température à la surface du produit situé au point le plus froid, la température au centre du fruit situé au point le plus chaud, et la perte de masse. Les perturbations possibles sont très nombreuses (figure 5.4) : La température initiale du produit, la vitesse et l'humidité de l'air dans la soufflerie, les propriétés des fruits (taille, densité, capacité calorifique, conductivité thermique, forme), les conditions aérauliques dans la cagette (passages préférentiels de l'air, turbulence, etc.) qui modifient les coefficients de

transfert de chaleur et de matière, ainsi que les erreurs dans la poursuite du profil de température calculé. Nous pouvons écrire :

$$u = T_{a\text{calc}},$$

$$y = [T_{sf} \quad T_{cc} \quad P_m]^T,$$

$$p = [T_I \quad V_a \quad H_a \quad R \quad \rho \quad C_p \quad k_p \quad f_p \quad \alpha_r \quad \beta_r \quad T_E]^T.$$

5.5.1.2. Domaine des valeurs possibles

La température de l'air que l'algorithme de commande peut appliquer est comprise entre -15 et 15°C . Ces limites sont respectées en tant que contraintes prioritaires, quelque soit le résultat de l'optimisation. La température de l'air dans la soufflerie est contrôlée par le régulateur PID avec un dépassement inférieur à 5°C . Le domaine de stabilité peut être pris comme :

$$\underline{u} = [-20; 20].$$

La température des fruits avant la réfrigération est normalement comprise entre 5°C en automne et 50°C s'ils ont été stockés en été en plein soleil. La vitesse de l'air ne devrait pas dépasser le double de la vitesse nominale, même en cas de réglage manuel approximatif, tandis que l'humidité reste toujours entre 0 et 100 %. On peut admettre sans grand risque de se tromper que les fruits dans un lot ont la taille et les autres propriétés comprises entre la moitié et le double de leurs valeurs usuelles. Le coefficient de forme est normalement compris entre 1 (cylindre) et 2 (sphère). Pour une vitesse de l'air donnée, le coefficient de transfert de chaleur ne dépasse pas non plus ces marges. Le coefficient de transfert de matière peut varier entre zéro et le double de la valeur calculée avec l'hypothèse de l'eau libre en surface. Dans le cas des pommes par exemple, le domaine maximal envisageable de variation des perturbations est :

$$\underline{p} = [5; 50] \times [0; 2] \times [0; 100] \times [0,20; 0,80] \times [400; 1600] \times [1700; 7600] \\ \times [0,20; 0,80] \times [1; 2] \times [0,5; 2] \times [0; 2] \times [-5; 5]$$

Même soumis à toutes ces perturbations simultanément, le procédé reste stable en boucle ouverte. La température de surface ne peut pas descendre en dessous de la température du thermomètre humide, qui pour un air parfaitement sec peut atteindre -25°C , ni dépasser le maximum entre la température initiale et la température de l'air la plus élevée. La température au centre est toujours comprise entre la température initiale du produit et la température de surface. En ce qui concerne la perte de masse, la limite de 100 % ne peut pas être franchie. La sortie du procédé ne dépasse pas les bornes suivantes :

$$\underline{y} = [-25; 50] \times [-25; 50] \times [0; 100].$$

Les bornes sur la commande sont respectées en tant que contraintes prioritaires lors de la mise en oeuvre de l'algorithme. Ceci permet d'affirmer que pendant le fonctionnement en boucle fermée, la sortie ne quitte pas le domaine \underline{y} en aucun cas, propriété que nous appelons stabilité robuste dans le sens entrée bornée, sortie bornée.

5.5.2. Robustesse des performances

5.5.2.1. Ecart maximal entre performances prédites et performances réalisées

L'analyse de sensibilité développée ici permet d'évaluer l'écart maximal qui risque de se produire, entre le comportement prédit sur la base du modèle et le comportement effectivement constaté sur le pilote, si aucune correction n'est faite en ligne. L'écart global est mesuré à travers le critère de qualité de la commande Q_c , mais il est également possible d'examiner la variation de chaque composante séparément, ainsi que l'effet de chaque perturbation sur chaque composante.

L'analyse est réalisée pour le cas des pommes, avec le critère de qualité décrit dans le §5.3.2.5. Pour estimer un impact économique réel, les poids devraient être exprimés en francs par kilogramme de produit, mais les conditions expérimentales dans lesquelles nous travaillons ne permettent pas de déduire des valeurs réalistes. En particulier, il nous est difficile de chiffrer les conséquences de la dégradation d'une partie du produit par la maladie du froid, et même les coûts énergétiques, car l'installation expérimentale est largement sur dimensionnée, étant conçue dans un but expérimental et non pas productif. Les poids des différentes composantes qui interviennent dans cette analyse sont donnés dans le tableau 5.4, et représentent des importances *relatives* uniquement.

La valeur nominale de p , pour laquelle le profil optimal a été calculé, est :

$$p_0 = [40 \quad 1 \quad 90 \quad 0,039 \quad 754 \quad 3800 \quad 0,40 \quad 1,7 \quad 1 \quad 0,01 \quad 0]^T.$$

L'analyse est effectuée pour des perturbations comprises entre $p_0 - E_p$ et $p_0 + E_p$:

$$E_p = [5 \quad 0,2 \quad 10 \quad 0,005 \quad 50 \quad 600 \quad 0,10 \quad 0,3 \quad 0,5 \quad 0,01 \quad 1]^T.$$

Le domaine des perturbations \underline{p} considéré pour l'analyse de stabilité s'avère trop large pour tirer des conclusions pertinentes. La matrice L_c regroupe l'information sur la variation maximale E_q de chaque composante de Q_c , quand une perturbation varie entre les limites mentionnées. Elle est calculée numériquement, en utilisant le modèle du procédé. Pour estimer l'influence de chaque perturbation sur chaque composante de Q_c , les autres perturbations prennent, à chaque fois, les valeurs les plus défavorables.

$$L_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 42,24 & 1629 & 2,02 & 175750 & 6,32 & 1,11 & 5544 & 1920 & 2522 & 4040 & 558 \\ 0,02 & 0,67 & 0 & 77,02 & 0 & 0 & 2,35 & 0,81 & 1,17 & 1,62 & 0,24 \\ 0,04 & 0,84 & 0,01 & 124 & 0 & 0 & 3,94 & 1,12 & 1,12 & 5,62 & 0,22 \\ 0,01 & 0,15 & 0 & 5,81 & 0 & 0 & 0,29 & 0,10 & 0,09 & 1,45 & 0,03 \\ 0,01 & 0,15 & 0 & 6,70 & 0 & 0 & 0,29 & 0,10 & 0,10 & 1,27 & 0,03 \\ 877 & 18983 & 6,94 & 1184982 & 44 & 8,74 & 27507 & 11195 & 323321 & 17773 & 7727 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,10 & 0 & 0 & 0,01 & 0 & 0 & 0,08 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1584 & 63855 & 82,4 & 6175000 & 248 & 40,83 & 206910 & 72000 & 79488 & 164000 & 20996 \end{bmatrix}$$

Chaque ligne de cette matrice correspond à un élément de Q_c , et chaque colonne à un élément de E_p . Par exemple, la première ligne nulle indique le fait que $W_0 = 0$. La ligne 8 est nulle parce que le séchage continue toujours jusqu'à l'atteinte de la température désirée au centre du fruit le plus chaud, et la ligne 10 parce que les limites admissibles de la température de l'air ne sont jamais franchies.

Pour apprécier les effets cumulés de toutes les perturbations sur chaque composante de Q_c , il faut calculer :

$$E_q = L_c E_p = [0 \quad 5407 \quad 2,34 \quad 3,77 \quad 0,30 \quad 0,31 \quad 47297 \quad 0 \quad 0,01 \quad 0 \quad 193977]^T.$$

L'examen de E_q montre que les perturbations considérées changent fortement le temps total de réfrigération (dernier élément de E_q très grand), qui peut plus que tripler sous l'action conjuguée de tous les facteurs. L'effet cumulé de toutes les perturbations sur le critère de qualité de la commande ne dépasse pas la somme des éléments de E_q :

$$E_{Q_c} \leq \sum_{i=0}^{10} E_{q_i} = [1 \quad \dots \quad 1] L_c E_p = L_q E_p = 246681.$$

Pour savoir les valeurs effectives des changements des éléments de Q_c face à l'action des perturbations E_p , il faut regarder les éléments de la matrice $L_c \text{diag}\{E_p\}$. L'effet de chaque perturbation sur le critère global est déduit en examinant la somme par colonne des éléments de cette matrice :

$$[1 \quad \dots \quad 1] L_c \text{diag}\{E_p\} = [12520 \quad 16894 \quad 914 \quad 37680 \quad 14933 \quad 30408 \quad 23997 \quad 25535 \quad 52667 \quad 1858 \quad 29282].$$

Il en résulte que les effets de la plupart des perturbations sont similaires. Le coefficient de transfert de chaleur externe a l'effet le plus fort, tandis que l'humidité de l'air et le coefficient de transfert de masse ont une influence faible dans les conditions examinées.

Ces conclusions sont obtenues pour le cas le plus défavorable. En particulier, l'algorithme d'optimisation en ligne permet de compenser en grande partie les perturbations, comme le montrent nos résultats expérimentaux.

5.5.2.2. Ecart maximal entre performances optimales réalisables avec le procédé et avec son modèle

L'analyse de sensibilité du paragraphe précédent nous permet de savoir quels aspects il faut particulièrement soigner, pour que l'optimum calculé sur la base du modèle interne soit proche du comportement "vraiment" optimal du procédé, et combien on peut espérer gagner (au mieux) en améliorant notre connaissance et notre maîtrise du procédé.

Il est essentiel de bien déterminer le coefficient de transfert de chaleur local, la taille et la chaleur massique des fruits sur lequel on s'apprête à travailler, d'étalonner le capteur de la température de l'air avant le produit et de régler soigneusement le régulateur qui assure le suivi de cette température. Le groupe de facteurs suivant, par ordre d'importance, est : le coefficient de forme des fruits, la conductivité thermique, la vitesse de l'air (coefficient de transfert global), la densité des fruits et de leur température initiale. Le coefficient de transfert de masse et l'humidité relative de l'air ont peu d'importance pour les fruits à peau imperméable.

5.5.2.3. Perte maximale des performances, due à une optimisation avec une précision limitée

Dans le cadre de cette analyse nous supposons que le procédé est bien connu ($E_p = 0$), et nous regardons l'effet d'une optimisation imparfaite sur le critère de qualité de la commande (§3.8.3). Avec la période d'échantillonnage utilisée, notre algorithme numérique d'optimisation permet de trouver la température optimale avec une précision d'au moins 1°C et le temps total avec une précision d'au moins 5 minutes.

Dans le cas des pommes, les paramètres de la commande sont le temps total, et les valeurs de la température de l'air avant le produit à 4 moments équidistants. L'erreur dans la détermination de la commande optimale est :

$$E_{\underline{u}} = [5 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1].$$

La matrice L_C regroupe les sensibilités maximales de chaque composante de Q_c par rapport à chaque paramètre de la commande :

$$L_C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,752 & 2,010 & 7,84 & 9,750 & 3,960 \\ 0,027 & 0,546 & 0,353 & 0,350 & 0,212 \\ 0,935 & 14,50 & 15,169 & 5,991 & 2,950 \\ 1,096 & 1,130 & 2,254 & 1,435 & 0,483 \\ 3,081 & 1,355 & 2,947 & 1,647 & 0,758 \\ 165 & 1301 & 1820 & 1208 & 992 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0176 & 0,173 & 0,227 & 0,129 & 0,048 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Chaque ligne de cette matrice correspond à un élément de Q_c , et chaque colonne à un élément de $E_{\underline{u}}$. Par exemple, la première ligne nulle indique le fait que $W_0 = 0$. La ligne 8 est nulle parce que la réfrigération continue jusqu'à ce la température désirée au centre du fruit le plus chaud soit atteinte. Les deux dernières lignes nulles indiquent la fait que le temps et les températures extrêmes autorisées ne sont pas atteintes.

Pour voir l'effet cumulé de toutes les erreurs sur chaque composante de Q_c , il faut calculer :

$$E_q = L_C E_{\underline{u}} = [0 \quad 27,32 \quad 1,54 \quad 43,29 \quad 10,98 \quad 22,11 \quad 6148 \quad 0 \quad 0,66 \quad 0 \quad 0]^T.$$

L'examen de E_q montre que le principal risque concerne la violation de la contrainte de température de surface. Compte tenu de la marge de sécurité, le risque de violation effective est légèrement inférieur à 1°C. Le temps total de réfrigération et les dérivées de la commande peuvent être affectées dans une moindre mesure. L'effet cumulé de toutes les perturbations sur le critère de qualité de la commande ne dépasse pas la somme des éléments de E_q :

$$E_{Q_c} \leq \sum_{i=0}^{10} E_{q_i} = [1 \quad \dots \quad 1] L_C E_{\underline{u}} = L_Q E_{\underline{u}} = 6254.$$

Pour connaître les valeurs effectives des changements des éléments de Q_c face à l'action des erreurs dans la commande E_u , il faut regarder les éléments de la matrice $L_C \text{diag}\{E_u\}$. L'effet de chaque perturbation sur le critère global est déduit en examinant la somme par colonne des éléments de cette matrice :

$$[1 \quad \dots \quad 1] L_C \text{diag}\{E_u\} = [856 \quad 1321 \quad 1849 \quad 1227 \quad 1001].$$

Il en résulte que les effets des différentes erreurs sont comparables. Le paramètre le plus sensible est la température vers le premier tiers du temps total, et celui qui pose le moins de problèmes est la durée totale.

Cette étude permet de décider si l'algorithme d'optimisation utilisé est suffisamment performant pour l'application proposée. Elle indique qu'une marge de sécurité plus grande sur la température de surface serait souhaitable, mais il faut tenir compte qu'il s'agit ici d'une évaluation du risque maximum. Dans les expériences effectuées il n'y a pas de violation de cette contrainte, malgré les perturbations introduites.

5.6. Conclusion et perspectives

Ce chapitre décrit l'application de notre algorithme de commande à un procédé discontinu de réfrigération des fruits. La commande à appliquer au procédé est calculée en optimisant un critère complexe, qui tient compte des coûts économiques, des contraintes de qualité et des limites techniques de l'installation. L'utilisateur n'a pas à préciser explicitement la loi de commande, mais les conditions qu'elle doit satisfaire. Un modèle physique est utilisé à la fois pour l'estimation de l'état et d'un paramètre du procédé, ainsi que pour la prédiction de son évolution future.

Les nombreuses expériences effectuées (plus de 30, y compris les répétitions) montrent que l'algorithme de commande est robuste face aux erreurs de modélisation et aux différentes perturbations susceptibles d'agir en pratique. Pour la configuration étudiée du procédé, les bénéfices économiques sont modestes, mais l'analyse basée sur les données expérimentales montre que des gains significatifs peuvent être attendus en améliorant la circulation de l'air dans le lit de produit.

Notre approche fournit non seulement un outil de commande, mais aussi un outil de supervision avancée. A tout moment, l'opérateur a devant les yeux un tableau clair et complet (y compris les grandeurs non mesurables directement mais estimées) des conditions de traitement dans l'empilement du produit, aussi bien passées que futures.

6. Perspectives : Prise en compte des incertitudes

6.1. Introduction

Les possibilités de notre algorithme de commande ne sont pas complètement exploitées dans le cadre des applications présentées dans les chapitres 4 et 5. Le but de ce chapitre est de suggérer des approches possibles dans les domaines suivants :

- La prise en compte explicite des incertitudes sur le procédé dans la formulation du problème de commande ;
- L'estimation en ligne des incertitudes sur les mesures et sur le procédé.

La recherche dans le domaine de la description incertaine de la réalité physique est très active. Plusieurs voies semblent prometteuses, par exemple la théorie des probabilités, la théorie des possibilités, la théorie Dempster - Shafer, la théorie des nombres et des ensembles flous, l'arithmétique des intervalles, le raisonnement approché, etc.

Ce chapitre ne se propose pas d'étudier en détail le sujet des incertitudes dans la commande des procédés alimentaires, mais simplement d'illustrer une voie possible pour la prise en compte des incertitudes dans le cadre de l'algorithme de commande proposé. Nous utilisons pour la description des incertitudes la théorie classique des probabilités, et nous nous appuyons dans la discussion sur les procédés de séchage et de réfrigération présentés en détail dans les chapitres 4 et 5.

6.2. Prise en compte des incertitudes dans la commande du procédé de séchage

Cette section reprend (en simulation uniquement) le problème de séchage optimal du maïs en couche mince, introduit dans le chapitre 4. Nous supposons que l'état initial (la teneur en eau, la température et la qualité amidonnaire) n'est connu que de façon approximative. En conséquence, les prédictions des valeurs futures de la teneur en eau et de la qualité, indispensables pour déduire une stratégie de commande optimale, ne peuvent pas être obtenues précisément.

Pour la formulation mathématique du problème de commande dans ces conditions, nous proposons d'introduire la notion de risque de violation des contraintes, et de piloter le procédé de manière à maintenir ce risque en dessous d'un seuil fixé.

6.2.1. Incertitudes sur l'état initial

Le vecteur des quantités mal connues (ici l'état initial) est décrit sous la forme d'une variable aléatoire w . La distribution est supposée normale, car les moments d'ordre supérieur à 2 sont rarement connus en pratique. La moyenne de cette variable coïncide avec la valeur nominale de l'état initial, prise en compte dans le chapitre 4 :

$$M_w = \text{Moy}(w) = \begin{bmatrix} X_I \\ T_I \\ Q_I \end{bmatrix}.$$

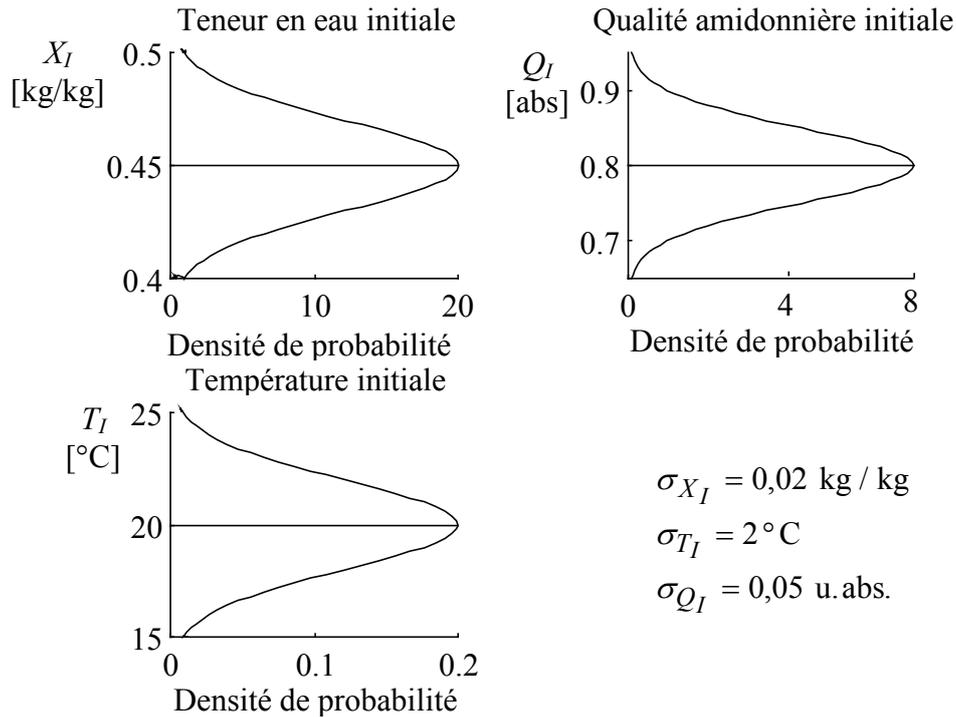


Figure 6.1. Distributions de probabilité des composantes de l'état initial.

Nous choisissons une matrice de covariance diagonale, ce qui revient à considérer qu'il n'y a pas de corrélation entre les composantes de l'état initial :

$$C_w = \text{Cov}(w) = \begin{bmatrix} \sigma_{X_I}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{T_I}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{Q_I}^2 \end{bmatrix}.$$

Cette hypothèse ne joue aucun rôle dans l'analyse ultérieure, mais sert simplement pour donner des valeurs numériques raisonnables (figure 6.1), les termes d'interaction étant difficiles à chiffrer.

6.2.2. Incertitudes sur la sortie prédite

Ce qui nous intéresse réellement, c'est la distribution de probabilité de la sortie prédite y_M à la fin du séchage, notée v :

$$v = y_M(t_F) = \begin{bmatrix} X_F \\ Q_F \end{bmatrix}.$$

Le modèle du procédé de séchage est non linéaire, ce qui signifie que la sortie prédite est une fonction non linéaire de l'état initial. En toute rigueur, la distribution de probabilité de v ne suit pas une loi normale. L'estimation des moments d'ordre supérieur étant plus difficile, surtout pour une variable vectorielle et dans le cadre d'un calcul itératif en temps réel, nous nous contentons d'un calcul approximatif des deux premiers moments, ce qui revient à considérer pour v une distribution normale.

Nous convenons de noter par μ_p la fonction qui relie la variable incertaine w (ici l'état initial) à la sortie prédite v aux instants qui nous intéressent dans l'analyse (ici l'instant final), pour un temps de traitement fixé et une évolution dans le temps donnée de la variable de commande (ici température de l'air) :

$$v = \mu_p(w).$$

La fonction μ_p représente en fait le modèle du procédé, en considérant comme variable indépendante le vecteur des grandeurs incertaines, et comme variable modélisée le vecteur des sorties prédites à des instants fixés.

Si J_p est la matrice des dérivées partielles de μ_p , calculée autour de la valeur moyenne M_w , et la variance de w est "relativement" réduite, alors les moments de la variable prédite v peuvent être calculés de façon approximative par les formules suivantes (Bates et Watts 1988) :

$$J_p(M_w) = \frac{\partial \mu_p}{\partial w^T}(M_w),$$

$$M_v = \text{Moy}(v) = \mu_p(M_w),$$

$$C_v = \text{Cov}(v) = J_p C_w J_p^T.$$

La formule pour la covariance de la variable prédite v exprime la propagation de l'incertitude sur l'état initial à travers le modèle du procédé.

6.2.3. Expression incertaine des objectifs de la commande

6.2.3.1. Valeur "sûre" de la teneur en eau finale

L'expression des objectifs de la commande est modifiée afin de tenir compte des incertitudes sur les variables prédites. Nous introduisons un risque r_v de violation de la contrainte de teneur en eau finale, et en utilisant la distribution de probabilité de X_F , nous en déduisons une valeur "sûre" \underline{X}_F , au niveau de confiance r_v choisi (figure 6.2a) :

$$M_{X_F} = M_v,$$

$$\sigma_{X_F} = \sqrt{C_v},$$

$$\underline{X}_F = S_n^{-1}(1 - r_v, M_{X_F}, \sigma_{X_F}).$$

Ici $S_n^{-1}(1 - r_v, M_{X_F}, \sigma_{X_F})$ est la valeur de \underline{X}_F (l'inverse de la distribution de probabilité normale avec la moyenne M_{X_F} et l'écart type σ_{X_F}), qui correspond au niveau de probabilité $1 - r_v$. Il faut considérer $1 - r_v$ et non pas r_v , à cause du sens de la contrainte que nous désirons respecter (figure 6.2a) : En général $r_v \ll 0,5$, tandis que la marge de sécurité est respectée si $\underline{X}_F > X_F$.

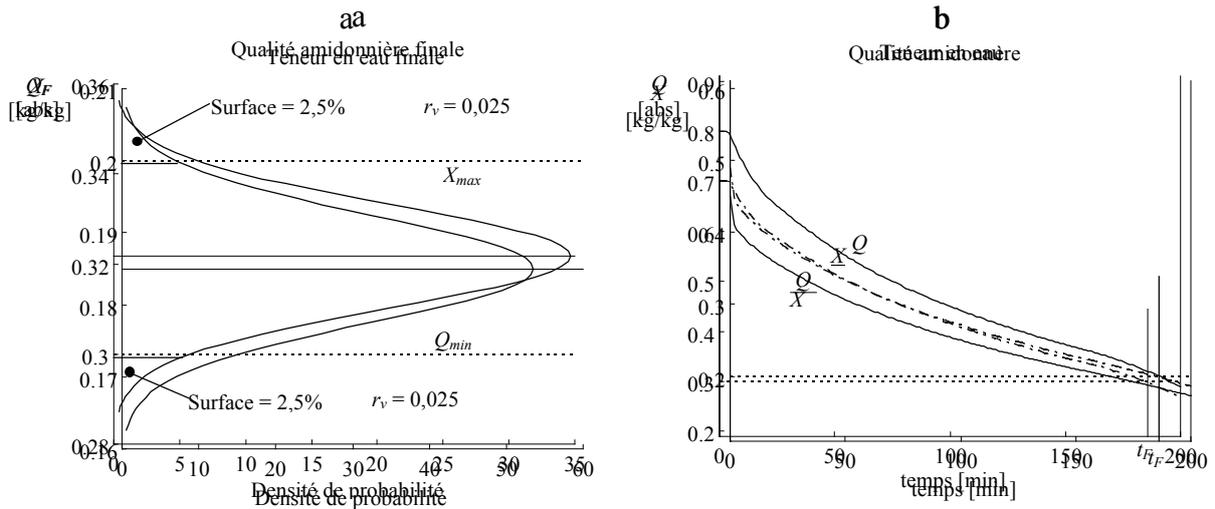


Figure 6.3. Prise en compte de l'incertitude sur la qualité amidonnaire finale. (a) La contrainte est respectée si le risque de se retrouver en fin de séchage avec une qualité inférieure à 0,3 unités d'absorbance est inférieur à 2,5%. (b) Qualité amidonnaire moyenne (\bar{X}) et valeur correspondant à un niveau de risque de 2,5% (Q_{min}). La fin du séchage est déterminée compte tenu de l'incertitude sur la teneur en eau prédite, à un niveau de risque de 2,5 %.

Cette approche pour la prise en compte des incertitudes sur les prédictions se traduit en fait par une marge de sécurité sur la contrainte à respecter, qui est fonction du risque choisi et de la sensibilité de la variable prédite par rapport aux grandeurs incertaines.

6.2.3.2. Détermination du temps final

Dans notre problème de commande le temps final n'est pas connu à l'avance, mais déterminé dans le processus de l'optimisation de la commande. La contrainte sur la teneur en eau finale s'écrit :

$$\underline{X}(t_F) \leq X_{max} \quad (\text{au lieu de } X(t_F) \leq X_{max}).$$

L'optimisation prend donc en compte à tout instant la valeur "sûre" \underline{X} au lieu de la valeur moyenne X (figure 6.2.b).

6.2.3.3. Contrainte sur la qualité amidonnaire

Le risque de violation de la contrainte de qualité amidonnaire est pris en compte de manière tout à fait similaire. La contrainte est considérée respectée si la valeur "sûre" $\underline{Q}_F < Q_F$ est supérieure à la limite imposée Q_{min} :

$$M_{Q_F} = M_{v,2},$$

$$\sigma_{Q_F} = \sqrt{C_{v,2,2}},$$

$$\underline{Q}_F = S_n^{-1}(r_v, M_{Q_F}, \sigma_{Q_F}).$$

Dans le calcul de \underline{Q}_F intervient r_v et non pas $1-r_v$, compte tenu du sens de l'inégalité pour assurer la satisfaction de la contrainte (figure 6.3).

6.2.4. Optimisation de la commande en tenant compte des incertitudes

La figure 6.4 présente le résultat de l'optimisation du profil de température de l'air dans le temps, compte tenu des incertitudes présentes sur l'état initial, et pour un risque de violation des contraintes de 2,5 %. Le modèle de connaissance de Courtois (1991) est utilisé pour les prédictions. Le profil de la commande est décrit à l'aide des valeurs de la température dans 10 points équidistants, en supposant une variation linéaire entre les points.

Malgré l'utilisation d'un modèle sous forme d'équations différentielles, et les simulations supplémentaires nécessaires pour calculer la matrice de sensibilité J_p , le temps de calcul de la commande reste compatible avec la période d'échantillonnage du procédé (500 s), en utilisant un ordinateur PC standard. La mise en œuvre à l'aide d'un automate programmable n'est plus envisageable.

Le profil de température optimal est globalement similaire à celui obtenu dans le chapitre 4 (figure 4.2), en utilisant un modèle de prédiction à base de réseaux de neurones (avec temps explicite en entrée) et un profil de température sous forme de paliers. Pendant une période relativement longue, la température varie peu (autour de 60°C), et augmente sensiblement vers la fin du séchage (environ 70°C). Les raisons de ce comportement ont été discutées dans le §4.4.3.

Une différence apparaît dans les 20 premières minutes, où la température représentée dans la figure 6.4 diminue rapidement. Ce phénomène a été obtenu systématiquement, en optimisant la commande dans différents points et avec différents profils de départ. Une analyse plus détaillée montre que pendant les premières minutes du séchage, la température du grain est sensiblement inférieure à celle de l'air, ce qui permet d'utiliser une température de l'air plus élevée sans dégrader la qualité.

Le modèle à base de réseaux de neurones utilisé dans le chapitre 4 ne tient pas compte

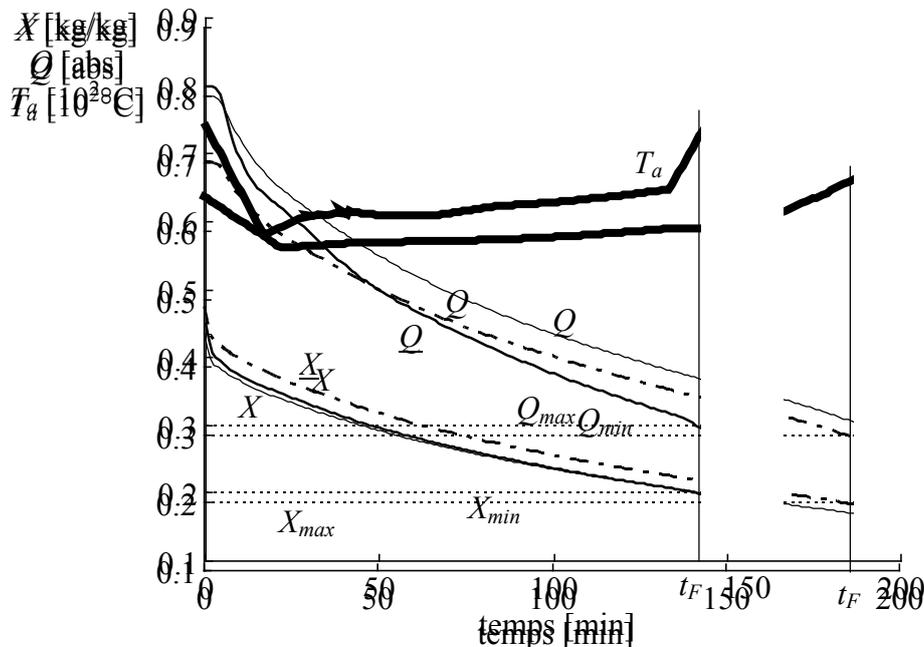


Figure 6.4. Profil de commande optimal et évolution des principales variables lors d'une expérience de séchage, avec prise en compte des incertitudes sur l'état initial, et avec un risque de violation des contraintes de 2,5 %.

explicitement de la température du grain, ce qui empêche l'algorithme d'optimisation de trouver le profil de température décrit, même en utilisant un grand nombre de paliers pour décrire la commande.

6.2.5. Discussion des résultats

L'incertitude sur certaines variables du procédé est répercutée sur les prédictions du modèle. Les prédictions sont "corrigées" afin de prendre en compte un niveau de risque imposé à l'avance. Les performances sont naturellement dégradées, à cause des marges de sécurité introduites. Cette approche est similaire au réglage "mou" des régulateurs en automatique classique, censé compenser une modélisation imparfaite, mais avec l'avantage supplémentaire de quantifier explicitement le risque de la dégradation des performances (violation des contraintes).

A titre de comparaison, la figure 6.5 représente la commande optimale du procédé de séchage, qui tient compte uniquement des valeurs moyennes des variables prédites, ce qui revient à accepter un risque de violation des contraintes de 50 %. Les performances sont sensiblement meilleures, avec un temps de séchage réduit de 23 % et une consommation énergétique réduite de 17 %. La décision d'adopter l'une ou l'autre des stratégies dépend en toute rigueur du coût de la violation des contraintes.

Si une expression réaliste de ce coût est connue dans une situation industrielle concrète, il peut être avantageux de reformuler complètement le problème de commande, en renonçant aux contraintes explicites, et en ajoutant à la fonction de coût un terme qui inclut le coût de la violation des contraintes, pondéré par le risque correspondant. La commande du procédé de réfrigération présentée dans le chapitre 5 utilise ce type de fonction de coût, mais sans chiffrer le risque en termes de probabilités.

6.3. Estimation en ligne des incertitudes de modélisation, pour le procédé de réfrigération

Nous proposons une méthode pour estimer en ligne les propriétés statistiques des variables mal connues, à la différence de la section précédente, où ces propriétés étaient données à l'avance.

6.3.1. Choix des variables mesurées et des paramètres incertains

Nous reprenons ici l'exemple du procédé de réfrigération présenté en détail dans le chapitre 5. Afin de nous rapprocher de la réalité industrielle, nous supposons que les seules mesures utilisables par l'algorithme d'estimation sont les températures de l'air avant et après la pile de cassettes (figure 6.6). Les autres mesures réalisées pendant nos essais, notamment les températures à coeur et en surface des produits situés aux points critiques, servent à vérifier les estimations.

Nous avons examiné la possibilité d'estimer différentes paramètres du modèle de réfrigération, y compris la vitesse de l'air dans la cagette et l'état initial, ainsi que leurs intervalles de confiance, en utilisant les mesures de température de l'air uniquement. Les résultats sont résumés dans le tableau 6.1. Il apparaît que la seule grandeur convenable numériquement est la taille des fruits (rayon), que nous utilisons dans ce qui suit.

Plusieurs raisons peuvent être invoquées pour expliquer la défaillance de l'estimation pour la plupart des paramètres testés. La principale est sans doute la nature de l'information contenue dans la température de l'air. A titre d'exemple, l'annexe 7 montre pourquoi il est difficile d'estimer le coefficient de transfert externe à partir de la température de l'air.

Grandeur estimée z	Rapport entre moyenne estimée et valeur nominale M_z / z_0	Rapport entre écart type estimé et valeur nominale σ_z / z_0	Remarques
Vitesse de l'air V_a	0,56	0,11	Température à la surface du fruit le plus froid T_{sf} sensiblement sous estimée entre 0 et 40 min
Température initiale du produit T_I	1,72	0,22	Température au centre du fruit le plus chaud T_{cc} largement sur estimée entre 0 et 70 min
Rayon moyen du produit R	1,22	0,056	Toutes les variables bien estimées
Densité du produit ρ	2,00	3,21	Température au centre du fruit le plus chaud T_{cc} largement sur estimée entre 20 et 150 min
Chaleur massique du produit C_p	2,00	3,21	Température au centre du fruit le plus chaud T_{cc} largement sur estimée entre 20 et 150 min
Conductivité thermique du produit k_p	2,00	4,82	Température au centre du fruit le plus chaud T_{cc} largement sous estimée entre 20 et 120 min
Coefficient de forme du produit f_p	0,50	4,01	Température à la surface du fruit le plus froid T_{sf} largement sous estimée entre 0 et 60 min
Coefficient de transfert externe moyen α_r	$V_{a,67}$	7,06	Température au centre du fruit le plus chaud T_{cc} largement sous estimée entre 20 et 150 min

Tableau 6.1. Résultats de l'estimation des différentes grandeurs mal connues à partir des mesures de température de l'air. Expérience avec oranges. Horizon d'estimation entre 10 et 60 minutes. Horizon de prédiction entre 0 et 150 minutes. M_z / z_0 est artificiellement limité entre 0,50 et 2,00. Les résultats avec $\sigma_z / z_0 > 1$ sont inutilisables.

En utilisant en plus de la température de l'air les températures aux centres des fruits, comme dans le chapitre 5, la situation s'améliore nettement : Pratiquement toutes les grandeurs considérées (et même plusieurs à la fois) peuvent être estimées correctement, avec des intervalles de confiance réduits, et les prédictions résultantes sont tout à fait correctes.

Une autre explication vient du fait que les expériences réalisées pendant la campagne d'essais sont mal adaptées à l'estimation à partir de la température de l'air. La cagette de test contient en majorité des sphères en plastique remplies d'eau liquide, qui refroidissent à une vitesse différente par rapport aux fruits. Avant l'expérience, la cagette est mise en température dans une autre étuve que les fruits instrumentés, et les deux températures initiales peuvent s'écarter de plusieurs degrés. Or la température de l'air donne des informations surtout sur le refroidissement des objets majoritaires dans la cagette.

6.3.2. Estimation des paramètres et de leurs propriétés statistiques

Soit z le vecteur des paramètres estimés, qui se réduit dans notre cas au scalaire R (rayon moyen des fruits dans la cagette), et m le vecteur des mesures utilisées pour l'estimation, formé des températures de l'air en deux points derrière le produit, mesurées toutes les 0,5 minutes pendant les 10 premières minutes de l'expérience (42 valeurs au total) :

$$z = R,$$

$$m = \left[T_{a3}(0) \quad T_{a4}(0) \quad T_{a3}(0,5) \quad T_{a4}(0,5) \quad \dots \quad T_{a3}(10) \quad T_{a4}(10) \right]^T.$$

Le vecteur des valeurs simulées par le modèle interne est appelé q :

$$q = \left[T_{a3sim}(0) \quad T_{a4sim}(0) \quad T_{a3sim}(0,5) \quad T_{a4sim}(0,5) \quad \dots \quad T_{a3sim}(10) \quad T_{a4sim}(10) \right]^T$$

D'après la figure 6.6, les températures T_{a3} et T_{a4} devrait être les mêmes, donc $T_{a3sim} \equiv T_{a4sim}$, mais en pratique les valeurs mesurées diffèrent de plusieurs degrés, à cause des conditions aérodynamiques locales.

Nous appelons μ_e la fonction qui relie les grandeurs à estimer z aux variables simulées q , pour une évolution donnée de la variable de commande :

$$q = \mu_e(z).$$

La fonction μ_e représente en fait le modèle du procédé, en prenant comme variables indépendantes les paramètres à estimer et comme variables prédites les valeurs des sorties à des instants fixés. Bates et Watts (1988) proposent les formules approximatives suivantes pour les deux premiers moments de z :

$$M_z = \text{Moy}(z) = \arg \min_z \left(\mu_e(z) - m \right)^T \left(\mu_e(z) - m \right),$$

$$J_e(M_z) = \frac{\partial \mu_e}{\partial z^T}(M_z),$$

$$C_z = \text{Cov}(z) = \left(\mu_e(M_z) - m \right)^T \left(\mu_e(M_z) - m \right) \cdot \left(J_e^T J_e \right)^{-1}.$$

Les formules données sont exactes si le modèle est linéaire et représente correctement le procédé, si les mesures sont affectées de perturbations aléatoires normalement distribuées et de moyenne nulle. Dans ce cas, Eykhoff (1974) montre que la grandeur estimée z peut être vue

comme une variable aléatoire distribuée Student avec $n_m - n_z$ degrés de liberté, n_m étant le nombre des mesures et n_z le nombre des paramètres estimés.

6.3.3. Prédiction utilisant le paramètre incertain estimé

Nous supposons ici qu'il n'y a pas d'autre paramètres incertains que les grandeurs estimées z . En pratique il est parfaitement possible de prendre simultanément en compte des paramètres incertains estimés en ligne et des paramètres dont les propriétés statistiques sont connues à l'avance, comme dans la section 6.2.

Soit v le vecteur des variables que nous désirons prédire, notamment température au centre du fruit le plus chaud, température en surface du produit le plus froid, température de l'air après le produit, tout le long d'une l'expérience typique (150 minutes), avec un pas de 1 minute, soit 453 valeurs au total :

$$v = \left[T_{cc}(0) \quad T_{sf}(0) \quad T_{a34}(0) \quad \dots \quad T_{cc}(150) \quad T_{sf}(150) \quad T_{a34}(150) \right]^T.$$

Si μ_p est la fonction qui permet de calculer les variables prédites v à partir des variables incertaines z , les propriétés statistiques de z peuvent être calculées approximativement avec les formules données dans le §6.2.2 (en remplaçant w par z). En particulier, un intervalle de confiance symétrique Δ_v , avec un risque d'erreur r_v , est donné par :

$$\delta_v = \sqrt{\text{diag}(C_v)} \cdot S_t^{-1}\left(1 - \frac{r_v}{2}, n_m - n_z\right),$$

$$\Delta_v = \left[M_v - \delta_v; \quad M_v + \delta_v \right].$$

Ici $S_t^{-1}\left(1 - \frac{r_v}{2}, n_m - n_z\right)$ est l'inverse de la distribution de Student avec $n_m - n_z$ degrés

de liberté, qui correspond à un niveau de probabilité de $1 - \frac{r_v}{2}$.

6.3.4. Estimation des incertitudes à partir des données expérimentales

La procédure d'estimation décrite a été testée sur des données expérimentales obtenues pendant la campagne d'essais. L'estimation se fait sur les 10 premières minutes de l'expérience, à partir de la température de l'air après le produit. La variable estimée est la taille des fruits. La prédiction se fait sur toute la longueur de l'expérience. Les intervalles de confiance sur les variables prédites sont calculées avec un risque théorique d'erreur de 5 %.

La figure 6.7 présente les résultats obtenus sur une expérience de réfrigération des oranges. La valeur moyenne estimée du rayon est supérieure de 22 % à la valeur nominale (mesurée). La largeur 2δ de l'intervalle de confiance à 95 % ($r_v = 0,05$) représente 12 % de la valeur moyenne estimée. La vraie valeur ne se trouve pas dans l'intervalle de confiance, indiquant la présence probable d'autres erreurs de modélisation (le rayon n'est pas la seule variable mal connue !), qui introduisent un biais dans l'estimation.

Sur les 10 premières minutes, la valeur moyenne de la température de l'air prédite (simulée), passe bien au milieu des valeurs mesurées, qui à leur tour se trouvent à l'intérieur de l'intervalle de confiance (figure 6.7b). C'est une indication du fait que, du point de vue purement numérique, l'estimation et la prédiction fonctionnent correctement. A partir de

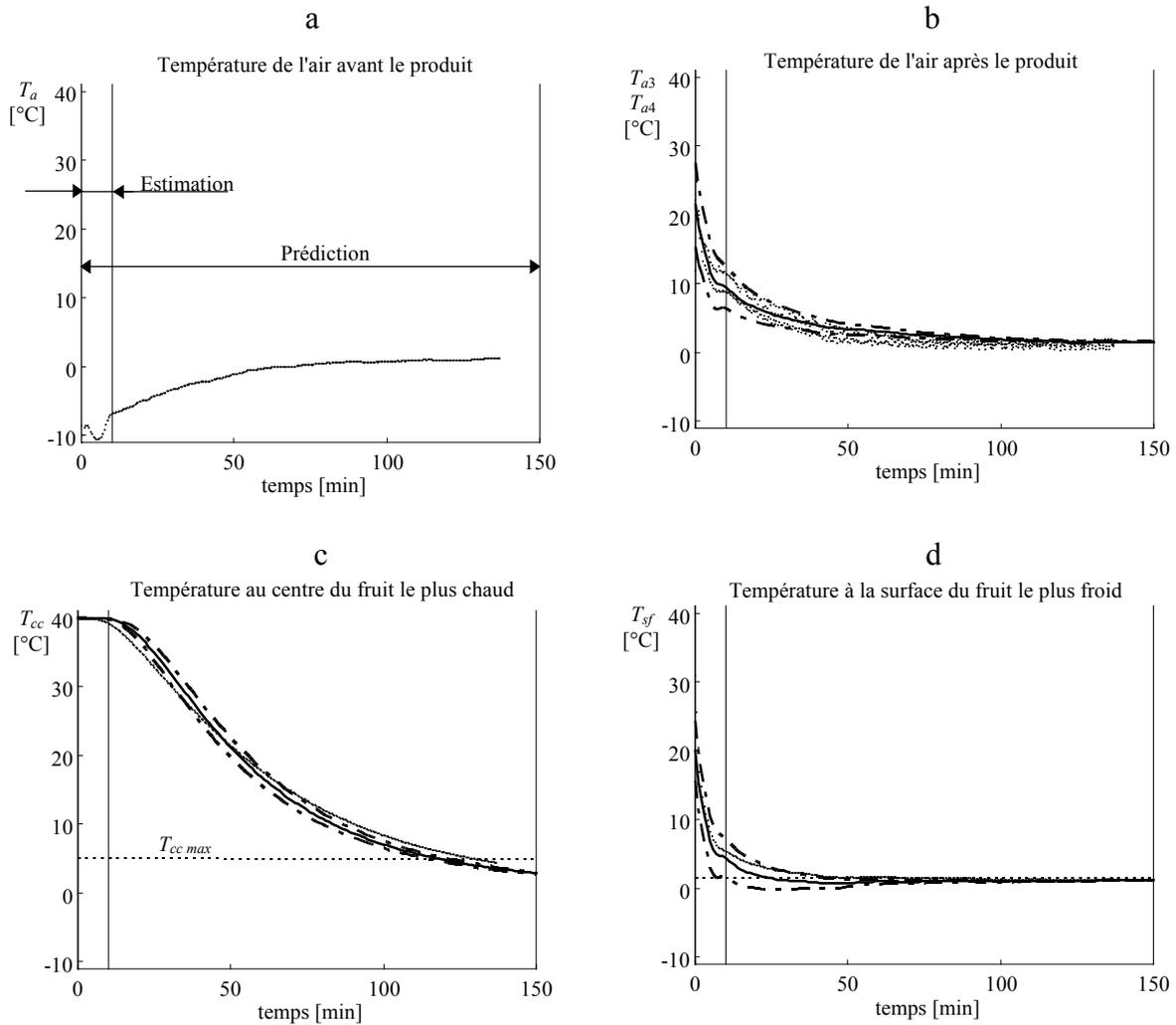


Figure 6.7. Evolution des principales variables lors d'une expérience de réfrigération des oranges. Valeurs mesurées (····), valeurs moyennes prédites (—) et intervalles de confiance à 95 % (- · -).

30 minutes, les prédictions sont légèrement biaisées et l'intervalle de confiance sous estimé, indiquant le fait que les hypothèses (de modélisation et statistiques) ne sont pas satisfaites.

Les prédictions de la température de surface (figure 6.7d) sont légèrement biaisées aussi, mais ne sortent pas de l'intervalle de confiance estimé. La borne inférieure de l'intervalle de confiance donne une idée de la marge de sécurité qu'il faudrait prendre si une estimation "sûre" était utilisée pour la commande, comme il a été proposé dans la section 6.2.

La figure 6.7c montre que, par rapport aux prédictions du modèle, la température au centre du fruit le plus chaud descend plus vite dans les 50 premières minutes de l'expérience et plus lentement après. Ce phénomène a déjà été mis en évidence dans le chapitre 5, où il provoquait des difficultés dans l'estimation du coefficient de transfert externe, surtout dans le cas des pommes.

La figure 6.8 montre les résultats obtenus pour la réfrigération des pommes. La principale différence par rapport aux oranges est liée au refroidissement plus rapide du centre du fruit (figure 6.8c), car la forme particulière de la pomme (creux), qui assure un transfert

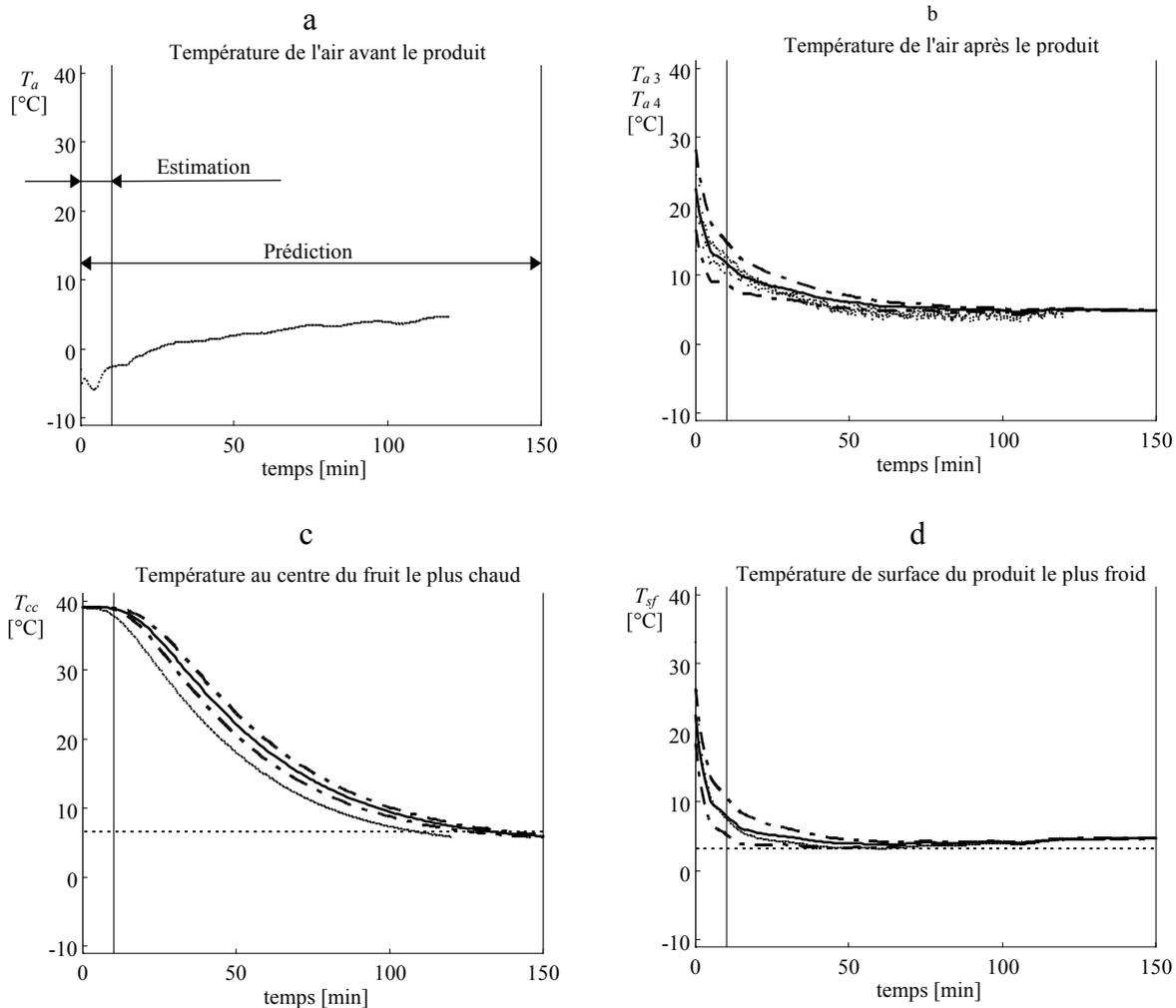


Figure 6.8. Evolution des principales variables lors d'une expérience de réfrigération des pommes. Valeurs mesurées (····), valeurs moyennes prédites (—) et intervalles de confiance à 95 % (- · -).

préférentiel de chaleur vers le centre, n'est pas prise en compte dans le modèle. La prédiction des autres variables est similaire au cas des oranges (figures 6.8b et d).

6.4. Conclusion

Ce chapitre décrit une approche possible pour introduire une description incertaine du procédé dans le cadre de l'algorithme de commande développé. Nous ne nous proposons pas de faire une étude complète du sujet, mais simplement de suggérer les perspectives, très intéressantes à notre avis, que la description incertaine de la réalité ouvre devant la commande des procédés.

Nous utilisons comme exemples support les procédés de séchage et de réfrigération présentés en détail dans les chapitres antérieurs. Afin de décrire les grandeurs mal connues, nous utilisons la théorie des probabilités. Ceci permet d'introduire un risque quantifiable dans la formulation des objectifs de la commande.

Dans un premiers temps, nous examinons l'effet de la connaissance approximative du procédé sur la prédiction des variables, et nous reformulons le problème de commande afin de tenir compte des incertitudes dans les prédictions. De manière générale, la présence des incertitudes oblige à agir prudemment, en sacrifiant les performances.

Dans une deuxième temps, nous étudions la possibilité d'estimer les incertitudes à partir des mesures réalisables en ligne dans un environnement industriel. Dans le cas du procédé de réfrigération examiné, l'information disponible en temps réel s'avère relativement pauvre, et les prédictions ne sont correctes que si les hypothèses prises en compte dans le modèle (surtout sphéricité) sont bien vérifiées.

Les résultats obtenus ne permettent pas de tirer des conclusions définitives, mais cette voie de recherche mériterait, à notre avis, d'être approfondie, en particulier en utilisant d'autres méthodes pour la description des incertitudes, susceptibles d'être plus pertinentes pour la commande des procédés que la théorie classique des probabilités.

Conclusion générale

Principe de la méthode de commande proposée

Le présent travail décrit un algorithme de commande applicable à une large classe de procédés discontinus et semi continus, fréquemment utilisés dans l'industrie alimentaire. Notre souci est de nous rapprocher le plus possible des désirs de l'utilisateur final et de traiter un grand nombre de problèmes difficiles de l'automatique, comme les non linéarités, les contraintes, les interactions entre les variables, l'optimisation des coûts économiques en régime transitoire, l'estimation en ligne des grandeurs mal connues et éventuellement l'utilisation d'une description incertaine du procédé et des objectifs de la commande.

Dans l'automatique classique, le but du régulateur est de rapprocher les principales variables mesurées des consignes connues à l'avance, ce qui est surtout adapté pour la commande des procédés continus. Notre approche est mieux adaptée aux procédés discontinus. La notion de consigne disparaît complètement, le but de la commande étant d'optimiser un critère économique global, en tenant compte des contraintes de qualité du produit et des contraintes technologiques du procédé (dont sa dynamique). Le problème de commande étant posé de façon différente et le domaine d'application étant différent, la comparaison avec les méthodes de commande classiques est difficile.

La relative complexité de la mise en œuvre fait que notre méthode n'est applicable dans toute sa généralité qu'aux procédés lents, qui admettent une période d'échantillonnage de l'ordre de la minute ou plus. Il est possible d'agir sur le compromis rapidité - complexité en fonction des besoins de chaque application, et de descendre à une période d'échantillonnage de l'ordre de la seconde en cas de nécessité.

Principaux résultats

La recherche bibliographique (chapitre 1) nous permet de préciser les besoins existants dans le domaine de la commande des procédés alimentaires et de nous orienter vers la technique la mieux adaptée aux objectifs réels de l'utilisateur : Optimisation du fonctionnement dynamique du procédé du point de vue d'un critère complexe (économique), ainsi que le respect des contraintes, technologiques et de qualité. Le cadre de la commande prédictive nous semble le plus adéquat, même si les applications existantes n'exploitent pas complètement ses possibilités.

Nous proposons une méthode de commande (chapitre 2) dans laquelle le modèle interne du procédé joue un rôle central. Il permet de prédire le comportement futur du procédé et donc de choisir la meilleure commande à appliquer, dans une perspective à long terme. La nature du modèle (linéaire ou non, de connaissance ou de représentation, entrée - sortie ou en variable d'état, mathématique ou à base de règles, en temps continu ou échantillonné, etc.) n'est pas imposée par la méthode elle-même. Ce qui compte, c'est sa capacité prédictive et sa rapidité de simulation.

L'algorithme d'optimisation de la commande effectue des nombreuses simulations du modèle dans une période d'échantillonnage, afin de choisir la meilleure trajectoire des variables de commande. Les mesures réalisées sur le procédé au fil du temps sont utilisées

pour estimer en ligne des états et/ou des paramètres du modèle, ce qui permet d'améliorer sa capacité prédictive, mais aussi de l'utiliser comme capteur logiciel et outil de supervision avancée, pour des grandeurs inaccessibles aux observations directes.

La description formelle de l'algorithme de commande permet d'étudier ses propriétés (chapitre 3). La stabilité est considérée dans le sens entrée bornée - sortie bornée, et les performances caractérisées par un critère global, qui tient compte à la fois de la fonction de coût à optimiser et de la satisfaction des contraintes.

Dans le cas d'un modèle parfait et d'une optimisation exacte de la trajectoire des variables de commande, la stabilité en boucle fermée dépend uniquement des objectifs définis par l'utilisateur. Si le procédé est stable en boucle ouverte, la stabilité est conservée en boucle fermée même si le modèle est imparfait et l'optimisation défailante. Si le modèle interne et l'optimisation numérique de la commande ont une précision limitée, il est possible de donner une condition suffisante de stabilité, ainsi qu'une borne supérieure pour la dégradation des performances.

Une première application concerne la commande automatique d'un procédé de séchage discontinu en couche mince (chapitre 4). L'objectif est de piloter la température de l'air dans le séchoir de manière à réduire le coût total du traitement (temps total et consommation énergétique), tout en respectant une contrainte de qualité à l'instant final et une contrainte sur la teneur en eau finale du produit.

Dans cette application nous avons privilégié la simplicité de la mise en oeuvre, afin de permettre la réalisation éventuelle à l'aide d'un automate programmable. Le modèle interne du procédé est non linéaire, de représentation et en temps échantillonné (réseau de neurones). Les contraintes sont prises en compte explicitement, par un algorithme d'optimisation de type gradient projeté.

Les résultats expérimentaux montrent que la commande est capable de rejeter de nombreuses perturbations mesurées et non mesurées susceptibles d'apparaître en pratique, tout en assurant le respect des contraintes. Par rapport aux méthodes de séchage traditionnelles, à température constante et fixée à l'avance, la prédiction explicite de la qualité et de la teneur en eau permet de trouver le régime de fonctionnement le plus économique, compte tenu des perturbations spécifiques de chaque lot. Il est également possible de changer les objectifs de la commande en cours de route. La commande adapte automatiquement la trajectoire de commande future (annexe 6).

Afin d'utiliser cet algorithme pour le séchage d'autres produits, seul le modèle interne doit être ré-identifié à partir des cinétiques expérimentales. Le séchage en couche épaisse peut être abordé en modélisant les points critiques dans le lit de produit, du point de vue de la teneur en eau et de la dégradation de la qualité.

Les réseaux de neurones (avec temps explicite et récurrents) s'avèrent des outils efficaces pour la modélisation dynamique du procédé de séchage. Ils ne nécessitent pas d'hypothèses sur les mécanismes internes et permettent de construire rapidement un modèle non linéaire utile pour la commande, à partir des données expérimentales uniquement. Ils permettent également une simulation simple et très rapide, comparable à celle d'une fonction de transfert, ce qui est un avantage essentiel pour l'optimisation de la commande en temps réel.

La deuxième application concerne la réfrigération des fruits conditionnés en palette (chapitre 5). L'objectif est toujours de réduire le coût global du traitement, mais la contrainte de qualité doit être respectée tout au long du traitement, et non seulement à l'instant final. Le

modèle interne du procédé est non linéaire, basé sur les lois physiques et en temps continu (système d'équations différentielles et algébriques). L'optimisation de la commande se fait en pénalisant la violation des contraintes par une augmentation du coût. Les mesures réalisées sur le procédé sont utilisées pour estimer en ligne l'état et l'un des paramètres du modèle, afin d'améliorer les prédictions. L'estimateur utilisé est non linéaire à horizon glissant.

La validation expérimentale est faite sur des produits modèle (sphères de gel) et des fruits réels (pommes, oranges, tomates). L'algorithme de commande se comporte bien, même soumis à des fortes perturbations externes et paramétriques, mesurées et non mesurées. Dans la configuration testée, le gain de productivité par rapport aux méthodes de réfrigération traditionnelles (à température constante et fixée à l'avance) est relativement modeste, mais il pourrait être augmenté de façon substantielle en améliorant la ventilation du lit de produit. La mise en oeuvre nécessite la puissance de calcul d'un ordinateur de bureau standard.

Le travail expérimental effectué dans le cadre des deux applications montre que les performances de l'algorithme de commande sont limitées par la précision du modèle interne. Ce constat nous amène à réfléchir sur la possibilité de prendre en compte explicitement les incertitudes sur le procédé lors du calcul des variables prédites, ainsi que dans la formulation des objectifs de la commande. Cette voie n'est pas complètement exploitée dans notre travail, mais une approche possible, basée sur la théorie des probabilités, est suggérée dans le chapitre 6.

Nous proposons de décrire les paramètres mal connus du procédé comme des variables aléatoires et d'estimer leurs effets sur les prédictions du modèle. Les objectifs de la commande sont reformulés de manière à maintenir le risque de violation des contraintes en dessous d'un seuil fixé. L'application au procédé de séchage montre que l'algorithme de commande est obligé de prendre des marges de sécurité, qui entraînent un régime de fonctionnement moins économique. La vérification expérimentale reste à réaliser.

Sur l'exemple de la réfrigération, nous examinons la possibilité d'estimer en ligne les incertitudes sur le procédé, à partir des mesures les plus convenables industriellement (température de l'air uniquement), à l'aide d'un estimateur à horizon glissant. Les résultats obtenus montrent la faisabilité de l'approche, sans permettre de tirer des conclusions définitives. Le couplage de l'estimation avec la commande n'a pas été testé dans le cas de la description incertaine du procédé.

Commentaires et perspectives

La méthode de commande discutée dans ce travail semble particulièrement intéressante pour les procédés discontinus (batch), même si elle devrait aussi s'appliquer aux procédés continus. Une particularité des procédés discontinus est de fonctionner en régime transitoire, ce qui oblige à prendre en compte l'aspect dynamique pendant l'optimisation de la commande. Une autre particularité est l'absence des consignes imposées à l'avance, le rôle de l'algorithme de commande étant de trouver les trajectoires des variables d'état qui respectent les contraintes et qui aboutissent à un produit final avec les qualités désirées.

Les procédés semi continus (fed-batch) présentent les mêmes caractéristiques, ce qui permet de supposer que notre méthode devrait s'appliquer sans modifications, les débits des produits ajoutés étant vus comme des variables de commande. Une vérification expérimentale n'a pas pu être effectuée dans le cadre de notre travail, mais serait très intéressante, compte tenu de l'importance des procédés semi continus dans l'industrie alimentaire, et notamment en fermentation.

L'application de la méthode aux procédés continus est également possible. La fonction de coût pour l'optimisation de la commande peut être dans ce cas une norme de l'écart entre les sorties prédites du procédé et les consignes futures, comme dans la commande prédictive traditionnelle. Cette façon de poser le problème permet une comparaison pertinente avec les algorithmes de commande classiques, mais l'intérêt de notre méthode est moins évident.

Une fonction de coût plus complexe (économique), permettrait de maximiser la productivité horaire ou de minimiser le coût de fonctionnement horaire, sans faire intervenir la notion de consigne, ce qui nous paraît plus intéressant, car l'automatique classique permet difficilement de le faire.

Le cas des procédés instables en boucle ouverte pose une difficulté de principe, car pendant l'optimisation de la commande le modèle interne est simulé en boucle ouverte sur l'horizon de prédiction. Une solution de compromis est d'utiliser des horizons très courts (de l'ordre de la période d'échantillonnage), mais l'avantage des prédictions à long terme, qui fait l'intérêt de notre méthode, est perdu. Une approche hiérarchisée, avec un régulateur stabilisant de niveau inférieur, nous semble plus pertinente.

Une approche hiérarchisée peut s'avérer nécessaire aussi pour les procédés comportant des dynamiques d'ordres de grandeur très différents. Les variables à évolution rapide sont gérées par des régulateurs de niveau inférieur, avec une période d'échantillonnage courte, tandis que la commande prédictive s'occupe de l'évolution du procédé à long terme.

Les points clés pour une application réussie sont les objectifs de la commande (fonction de coût et contraintes), le modèle interne, l'algorithme d'optimisation de la commande et l'algorithme d'estimation. Un mauvais choix de l'un de ces éléments peut rendre la méthode inopérante. La décomposition de l'algorithme en modules indépendants facilite la mise en oeuvre (chaque module peut être conçu et testé séparément), ainsi que le diagnostic de l'ensemble. Pour un fonctionnement en temps réel il est essentiel de prévoir des solutions de secours si l'une des composantes rencontre des difficultés (simulation du modèle en dehors de son domaine de validité, contraintes incompatibles, estimation aberrante, etc.).

De nombreux procédés rencontrés en industrie alimentaire ont une dynamique suffisamment lente, pour pouvoir envisager l'optimisation en ligne de la trajectoire des variables de commande. Nous pensons que la méthode proposée mériterait d'être testée sur d'autres procédés, compte tenu de sa flexibilité et de sa capacité de prendre en compte les objectifs économiques de la commande.

Annexes

Annexe 1. Pénalisation linéaire des contraintes dans la fonction de coût

Le critère de qualité de la commande Q_c est construit en rajoutant une combinaison linéaire des contraintes C_c violées dans la fonction de coût F_c . L'exemple suivant est trivial, mais donne une idée intuitive des principaux problèmes qui se posent.

$$\min_{\underline{u} \in \mathbf{R}} F_c(\underline{u}) = \underline{u}^3,$$

sujet à $C_c(\underline{u}) = 1 - \underline{u} \leq 0$.

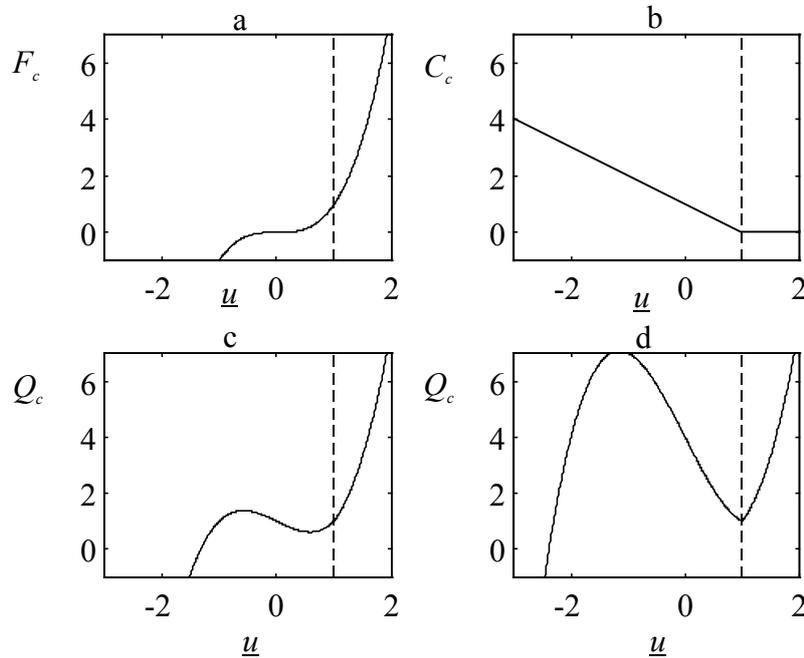


Figure A.1. Pénalisation linéaire des contraintes dans la fonction de coût. (a) Fonction de coût. (b) Contribution de la contrainte. (c) Pénalisation insuffisante ($K = 1$). (d) Pénalisation suffisante pour créer un minimum local ($K = 4$).

La solution optimale unique est évidemment $\underline{u}^* = 1$. Le critère de qualité est de la forme :

$$Q_c(\underline{u}) = F_c(\underline{u}) + KC_c(\underline{u}) = \underline{u}^3 + K \max\{0, 1 - \underline{u}\}, \quad K > 0.$$

Les graphes de la fonction de coût F_c et de l'apport de la contrainte C_c sont donnés dans les figures A.1a et A.1b. La figure A.1c montre le graphe de Q_c pour $K = 1$. La contribution de la contrainte est insuffisante pour créer un minimum en $\underline{u}^* = 1$.

La première chose à faire est d'augmenter la pénalisation K . On peut remarquer en figure A.1c que pour $K = 4$, $\underline{u}^* = 1$ devient un minimum local de Q_c , mais que Q_c n'a pas de minimum global fini. En plus, on peut facilement montrer que $\lim_{\underline{u} \rightarrow -\infty} Q_c(\underline{u}) = -\infty$, pour toute

valeur finie de K . En augmentant K , on augmente toutefois la "zone d'attraction" du minimum local. Si on limite artificiellement le domaine de recherche de l'optimum à un intervalle fini, il existe une valeur finie de K qui assure $\underline{u}^*=1$ minimum global de Q_c , sur l'intervalle considéré.

Sur cet exemple on peut aussi constater que $\underline{u}^*=1$ devient minimum *local* de Q_c , à partir du moment où $K|C'_c(\underline{u}^*)| > |F'_c(\underline{u}^*)|$, ce qui revient à $K > 3$ dans notre cas. Cela signifie que la croissance de la contrainte doit être localement plus rapide que celle de la fonction de coût. Fletcher (1987) donne une généralisation de cette propriété, pour plusieurs dimensions de recherche et plusieurs contraintes : La pénalisation K doit dépasser le plus grand (en valeur absolue) multiplicateur de Lagrange, dans la solution optimale du problème sous contraintes. On peut avoir une idée de l'ordre de grandeur des multiplicateurs de Lagrange après une solution initiale, hors ligne, du problème sous contraintes. Une autre approche pratique consiste à minimiser Q_c sur un domaine compact, et augmenter K si une des contraintes se trouve violée à la solution.

Il est toujours possible de trouver une forme convenable de la contrainte, pour assurer un minimum global de Q_c , car ce n'est que le signe de la contrainte qui compte. Dans l'exemple considéré nous pouvons prendre :

$$C_c(\underline{u}) = (1 - \underline{u}) + (1 - \underline{u})^3.$$

Le terme cubique assure une croissance suffisamment rapide à $-\infty$ pour dominer F_c , et pour un K suffisamment grand, $\underline{u}^*=1$ devient minimum global de Q_c . Il faut noter que $C_c(\underline{u}) = (1 - \underline{u})^3$ ne suffit pas, quelque soit la valeur de K , car $C'_c(\underline{u}^*) = 0$, et autour de $\underline{u}^*=1$ la croissance de F_c est plus rapide.

Annexe 2. Pénalisation quadratique des contraintes dans la fonction de coût

La pénalisation linéaire des contraintes, présentée dans l'annexe 1, a l'avantage qu'un minimum de Q_c coïncide exactement avec un optimum sous contraintes du problème initial, pour une valeur finie de K , mais l'inconvénient que Q_c est moins lisse que les fonctions composantes : Même si F_c et C_c sont continues, dérivables, avec les dérivées continues, Q_c n'est pas dérivable à l'optimum. Cela peut constituer un inconvénient majeur, car les algorithmes d'optimisation numérique les plus performants utilisent les dérivées des fonctions impliquées.

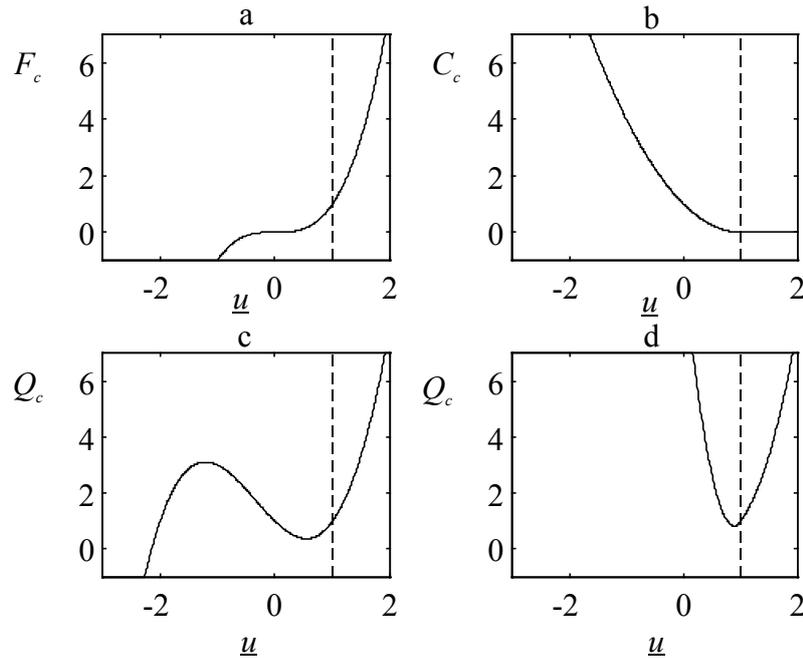


Figure A.2. Pénalisation quadratique des contraintes dans la fonction de coût. (a) Fonction de coût. (b) Contribution de la contrainte. (c) Faible pénalisation de la contrainte ($K=1$). (d) Forte pénalisation de la contrainte ($K=10$).

Dans le cadre de la pénalisation quadratique, le critère de qualité de la commande Q_c est construit en rajoutant le carré des contraintes C_c violées dans la fonction de coût F_c . Nous allons l'illustrer sur l'exemple suivant :

$$\min_{\underline{u} \in \mathbf{R}} F_c(\underline{u}) = \underline{u}^3,$$

sujet à $C_c(\underline{u}) = 1 - \underline{u} \leq 0$.

Le critère de qualité est de la forme :

$$Q_c(\underline{u}) = F_c(\underline{u}) + KC_c^2(\underline{u}) = \underline{u}^3 + K \max\{0, 1 - \underline{u}\}^2, \quad K > 0.$$

Les graphes de la fonction de coût et de la pénalisation ajoutée sont donnés dans la figure A.2a et A.2b. Le critère de qualité Q_c résultant avec $K=1$ est présenté dans la figure A.2c. On constate que le minimum (local) \underline{u}° de Q_c n'est pas situé en $\underline{u}^*=1$. En augmentant K , \underline{u}° se rapproche de \underline{u}^* , comme le montre la figure A.2d pour $K=10$, mais les deux ne coïncident pour aucune valeur finie de K . Un calcul analytique direct montre que :

$$\underline{u}^\circ = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \frac{6}{K}}} < 1 = \underline{u}^*$$

$$\lim_{K \rightarrow \infty} \underline{u}^\circ = 1 = \underline{u}^*$$

Ce type de résultat est qualitativement valable dans le cas général (Fletcher 1987) : Le minimum \underline{u}° de Q_c est toujours situé dans la zone de violation des contraintes actives, et est d'autant plus proche de l'optimum \underline{u}^* que K est grand. Si F_c et C_c sont continues et deux fois dérivables, avec les dérivées continues, Q_c est dérivable une fois. La dérivée seconde est discontinue en \underline{u}^* , d'autant plus que K est grand. Dans notre exemple, le saut de la dérivée seconde est de $2K$.

La pénalisation quadratique est utile pour guider rapidement l'optimisation dans un voisinage de la solution \underline{u}^* .

Annexe 3. Pénalisation du maximum des contraintes dans la fonction de coût

La pénalisation du maximum des contraintes est similaire à la pénalisation linéaire, à l'exception du fait que ce n'est pas la somme, mais la plus grande contrainte violée qui est rajoutée à la fonction de coût. Un minimum de Q_c coïncide exactement avec un optimum sous contraintes du problème initial, pour une valeur finie de K , et une discontinuité est introduite dans la dérivée. Le choix entre les deux approches est fait en fonction du problème concret : La pénalisation linéaire est préférée si la violation de plusieurs contraintes est plus nuisible que la violation de la plus importante.

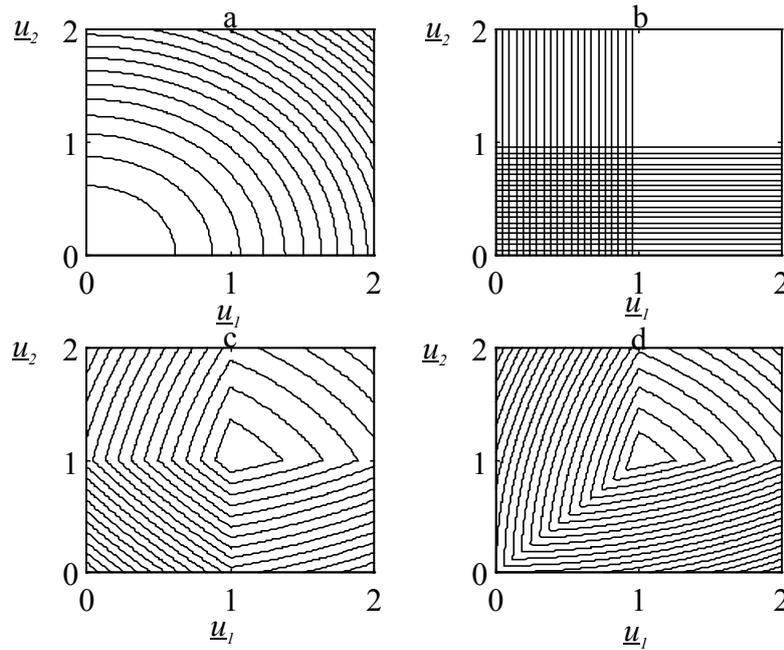


Figure A.3. Comparaison entre la pénalisation linéaire et la pénalisation du maximum des contraintes. Représentation par courbes de niveau. (a) Fonction de coût. (b) Contraintes. (c) Critère de qualité, pour une pénalisation de la somme des contraintes ($K = 10$). (d) Critère de qualité, pour une pénalisation du maximum des contraintes ($K = 10$).

Une comparaison entre la pénalisation linéaire et la pénalisation du maximum des contraintes, est présentée en figure A.3, pour l'exemple suivant, en 2 dimensions :

$$\min_{u \in \mathbf{R}^2} F_c(u) = u_1^2 + u_2^2,$$

$$\text{sujet à } C_{c1}(u) = 1 - u_1 \leq 0,$$

$$C_{c2}(u) = 1 - u_2 \leq 0.$$

La solution optimale est $\underline{u}^* = [1 \ 1]^T$. La différence est visible dans la zone $u_1 < 1, u_2 < 1$, où la pénalisation linéaire en figure A.3c est plus forte que la pénalisation par le maximum en figure A.3d.

Annexe 4. Principe des réseaux de neurones pour l'approximation des fonctions

L'idée des réseaux de neurones est d'obtenir des comportements complexes par interconnexion d'un grand nombre de cellules d'une structure très simple. Tous nos réseaux ont une structure similaire de perceptron multicouche (figure A.4), typique pour l'approximation de fonctions (Freeman et Skapura 1992). Il n'existe pas actuellement des fondements théoriques précis pour la sélection de l'architecture du réseau, et la plupart des auteurs choisissent par essais et erreurs celle qui convient mieux à leur application.

La couche d'entrée contient des unités qui ne font que distribuer le signal, sans le transformer. Le nombre n_e d'entrées représente le nombre de facteurs d'influence pris en compte. L'unique couche cachée contient un certain nombre n_c de neurones avec une fonction d'activation sigmoïde, plus précisément tangente hyperbolique. Le nombre de neurones cachés est choisi après plusieurs tests, afin d'obtenir la meilleure capacité de généralisation du modèle. Les neurones cachés calculent une somme pondérée des signaux fournis par les entrées, avant d'appliquer la fonction d'activation. Un neurone supplémentaire fournit un signal constant, égal à 1. Les coefficients associés sont groupés dans la matrice A_c et le vecteur colonne B_c . $A_{c\ ij}$ est le poids de la connexion du neurone d'entrée j au neurone caché i . $B_{c\ i}$ est le biais du neurone caché i .

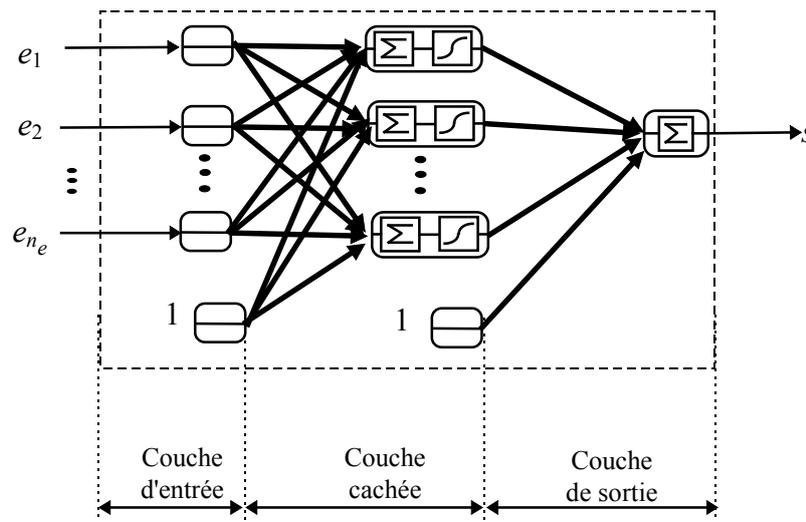


Figure A.4. Structure interne du réseau de neurones. Les traits gras représentent les coefficients du réseau, y compris les biais.

La couche de sortie contient un seul neurone (dans le cas de plusieurs sorties, un neurone pour chaque sortie), avec une fonction d'activation linéaire (identité). Le neurone de sortie calcule la somme pondérée des signaux fournis par les neurones cachés. Un neurone supplémentaire fournit un signal constant, égal à 1. Les coefficients associés sont groupés dans le vecteur ligne A_s et le scalaire B_s . $A_{s\ i}$ est le poids de la connexion du neurone caché i au neurone de sortie. B_s est le biais du neurone de sortie.

La sortie du réseau s'exprime mathématiquement par:

$$s = A_s \tanh(A_c e + B_c) + B_s,$$

où $e = [e_1 \ e_2 \ \dots \ e_{n_e}]^T$ est le vecteur des entrées.

Il a été démontré (Hornik *et al.* 1989) que ce type de structure est capable d'approximer avec la précision souhaitée une large classe de fonctions (dont les fonctions continues, sur intervalles compacts, qui nous intéressent ici) si le nombre de neurones cachés est suffisamment élevé. Il est possible d'avoir un seul réseau avec plusieurs sorties, mais nous avons obtenu des meilleurs résultats (moins de coefficients, apprentissage plus rapide, meilleure généralisation) avec des réseaux séparés pour chaque variable à modéliser. Pour les mêmes raisons, tous nos réseaux ont une seule couche cachée.

La valeur initiale des poids, le nombre de neurones cachés dans chaque réseau, et le nombre d'itérations de l'algorithme d'optimisation, sont déterminés après plusieurs essais, en choisissant le réseau avec la meilleure capacité de généralisation, c'est à dire le celui avec la plus faible erreur quadratique moyenne sur la base de test.

Il n'y a pas de méthode générale qui puisse garantir de trouver l'optimum global de la fonction de coût. La plupart des auteurs recommandent de commencer l'apprentissage plusieurs fois, avec des poids initiaux aléatoires.

Pour un nombre de neurones cachés fixé, l'erreur de modélisation sur la base de test diminue avec l'apprentissage (nombre d'itérations de la routine d'optimisation), avant d'atteindre un plateau. L'erreur sur la base de test n'est pas monotone, pouvant augmenter et diminuer plusieurs fois. Le meilleur réseau n'est sélectionné qu'à la fin, après la stabilisation des coefficients.

L'augmentation du nombre de neurones cachés améliore toujours l'erreur de modélisation sur la base d'apprentissage, mais au delà d'un certain seuil dégrade les performances sur la base de test.

Il est indispensable de vérifier la capacité de généralisation du réseau sur des données non utilisées pendant l'apprentissage (Bishop 1994). Dans le cas contraire il existe un danger réel que le réseau apprenne les exemples particuliers présents dans la base d'apprentissage, et non pas les tendances, donnant un modèle inutilisable. Les données utilisées pour la vérification forment la base de test. Certains auteurs conseillent l'utilisation d'une troisième base (de validation), complètement indépendante, pour la vérification finale du réseau. Si les bases sont représentatives et issues de la même distribution de probabilité, les informations statistiques contenues dans la base de test et de validation sont similaires, rendant inutile l'utilisation d'une troisième base.

Pour tous les réseaux discutés, la base d'apprentissage est formée de 3 cinétiques (séchage et respectivement dégradation de qualité amidonnaire) en conditions constantes, à 40, 60 et 90°C. La base de test comporte 2 cinétiques, à 50 et 70°C, car les modèles de représentation ne sont pas utilisables en extrapolation.

L'apprentissage est un processus de minimisation sans contraintes, d'une fonction sous forme de somme de carrés, indéfiniment dérivable, avec les dérivées continues. Des détails sur la construction de la fonction de coût et sur le calcul analytique de ses dérivées, sont donnés dans tous les ouvrages d'introduction aux réseaux de neurones, par exemple (Freeman et Skapura 1992; Bishop 1994). Nous avons utilisé des algorithmes de type Levenberg - Marquardt, considérés comme les plus efficaces pour la minimisation de ce type de fonctions (Gill *et al.* 1981).

Annexe 5. Algorithme d'optimisation sous contraintes de type gradient projeté

Afin d'améliorer le comportement numérique, il convient de travailler sur des variables d'ordres de grandeur similaire. Les températures, exprimées en °C, sont divisées par 100, et le temps, exprimé en secondes, par 10000. La teneur en eau et la qualité amidonnaire ont déjà des valeurs numériques de l'ordre de l'unité.

Soit $n \leq N$ le nombre de paliers de température restants jusqu'à la fin du cycle, et $\underline{u} \in \mathbf{R}^{2n}$ les paramètres à ajuster (§4.3.1.3). L'algorithme d'optimisation comporte les étapes suivantes, effectuées à chaque période d'échantillonnage :

1. Calculer le gradient (vecteur colonne) de la fonction de coût $g_{F_c}(\underline{u})$ au point courant \underline{u} , et la matrice $g_{C_c}(\underline{u})$ de dimension $(2n) \times (2 + 4n)$, des gradients des contraintes. Chaque élément dans g_{F_c} et chaque ligne dans g_{C_c} est calculé comme :

$$g_{F_c \ i}(\underline{u}) = \frac{1}{\xi} [F_c(\underline{u} + \xi e_i) - F_c(\underline{u})], \quad i = \overline{1, 2n}$$

$$g_{C_c \ i}(\underline{u}) = \frac{1}{\xi} [C_c(\underline{u} + \xi e_i) - C_c(\underline{u})], \quad i = \overline{1, 2n}$$

Ici e_i est un vecteur colonne avec $2n - 1$ zéros et un 1 dans la i -ème position, et $\xi = 0,01$ est une "petite" perturbation de chaque composante de \underline{u} , qui correspond à 1°C pour les températures et à 100 s pour le temps. Des perturbations plus petites risquent de détériorer les résultats, à cause de la précision limitée du modèle. Le calcul des gradients demande $2n + 1$ simulations du modèle. Les gradients des contraintes non linéaires sont approximatifs, mais les autres sont exacts.

2. Les contraintes sont divisées en 3 groupes: violées (ensemble d'indices V), satisfaites à la limite avec la tolérance $\kappa = 0,01$ (ensemble d'indices L), et inactives (ensemble d'indices I) :

$$V = \{i \in \{1, \dots, 2 + 4n\} \mid C_c \ i(\underline{u}) > 0\},$$

$$L = \{i \in \{1, \dots, 2 + 4n\} \mid -\kappa \leq C_c \ i(\underline{u}) \leq 0\},$$

$$I = \{i \in \{1, \dots, 2 + 4n\} \mid C_c \ i(\underline{u}) < -\kappa\}.$$

S'il existe des contraintes violées, la direction de déplacement initiale d dans l'espace des paramètres est prise dans la direction opposée à la somme de leurs gradients ; sinon, dans la direction opposée au gradient de la fonction de coût :

$$\text{Si } V \neq \emptyset, \quad d = - \sum_{i \in V} g_{C_c \ i}(\underline{u}),$$

$$\text{sinon} \quad d = -g_{F_c}(\underline{u}).$$

La satisfaction des contraintes est favorisée par rapport à la minimisation de la fonction de coût.

3. Parmi les contraintes satisfaites à la limite, sont sélectionnées les contraintes actives (ensemble d'indices A), notamment celles qui s'opposent au déplacement dans la direction d :

$$A = \left\{ i \in L \mid d^T g_{C_c}(i) > 0 \right\}.$$

Le vecteur d est projeté sur le sous espace orthogonal aux gradients des contraintes actives, donnant h . Soit $g_{C_c}(A)$ la sous matrice de g_{C_c} faite des colonnes dont les indices sont dans A . Soit b un vecteur avec autant de composantes qu'il y a de contraintes actives, solution du système linéaire suivant :

$$g_{C_c}^T(A) g_{C_c}(A) b = g_{C_c}^T(A) d.$$

Alors h , donné par l'expression suivante, satisfait la condition désirée $h^T g_{C_c}(A) = 0$:

$$h = d - g_{C_c}(A) b.$$

4. Si la norme du gradient projeté h est très petite, la solution est pratiquement optimale et n'est pas modifiée. Sinon, un déplacement est fait dans la direction de h , qui assure des modifications raisonnables des paramètres. Si le temps de séchage doit être déterminé avec une précision de 100 s et si la température peut être maintenue avec tolérance de 1°C, alors $\zeta = 0,01$:

$$\begin{array}{ll} \text{Si} & \|h\|_{\infty} < 10^{-5}, & \underline{u}^{\sim} = \underline{u}, \\ \text{sinon} & & \underline{u}^{\sim} = \underline{u} + \frac{\zeta}{\|h\|_{\infty}} h. \end{array}$$

5. Le nouveau vecteur des paramètres de la commande \underline{u}^{\sim} remplace \underline{u} . La nouvelle commande \underline{u}_1 est appliquée. Si la nouvelle longueur du palier calculée \underline{u}_{n+1} est inférieure à une période d'échantillonnage est si $n > 1$, alors le nombre de paliers restants n est diminué de 1 et toutes les variables sont redéfinies en conséquence ; sinon la longueur de la période d'échantillonnage τ est soustraite de \underline{u}_{n+1} .

6. Après avoir attendu la fin de la période d'échantillonnage courante, les nouvelles mesures sont prélevées. La nouvelle valeur de la qualité amidonnaire est estimée par simulation du modèle sur une période d'échantillonnage, et l'optimisation de la commande est reprise à partir de l'étape 1.

L'étape la plus difficile est la solution du système linéaire pour calculer b . La matrice du système est symétrique et définie positive, ce qui signifie qu'une factorisation Cholesky est suffisante. Nous avons également testé une version plus simple de l'algorithme, où les bornes sur les inconnues sont traitées séparément, en limitant les composantes de \underline{u} entre leurs valeurs minimales et maximales. Le système linéaire est de dimension 2 maximum, et une formule explicite existe pour b .

Annexe 6. Modification des contraintes en temps réel

Cet exemple illustre le fait que l'algorithme de commande est capable de s'adapter en temps réel aux changements des objectifs de la commande. Nous considérons l'application de séchage de maïs décrite dans le chapitre 4. L'algorithme d'optimisation de la commande est celui utilisé pendant la campagne d'essais (annexe 5). Les mesures de teneur en eau sur le procédé sont remplacées par des valeurs fournies par un modèle de type réseau de neurones récurrent.

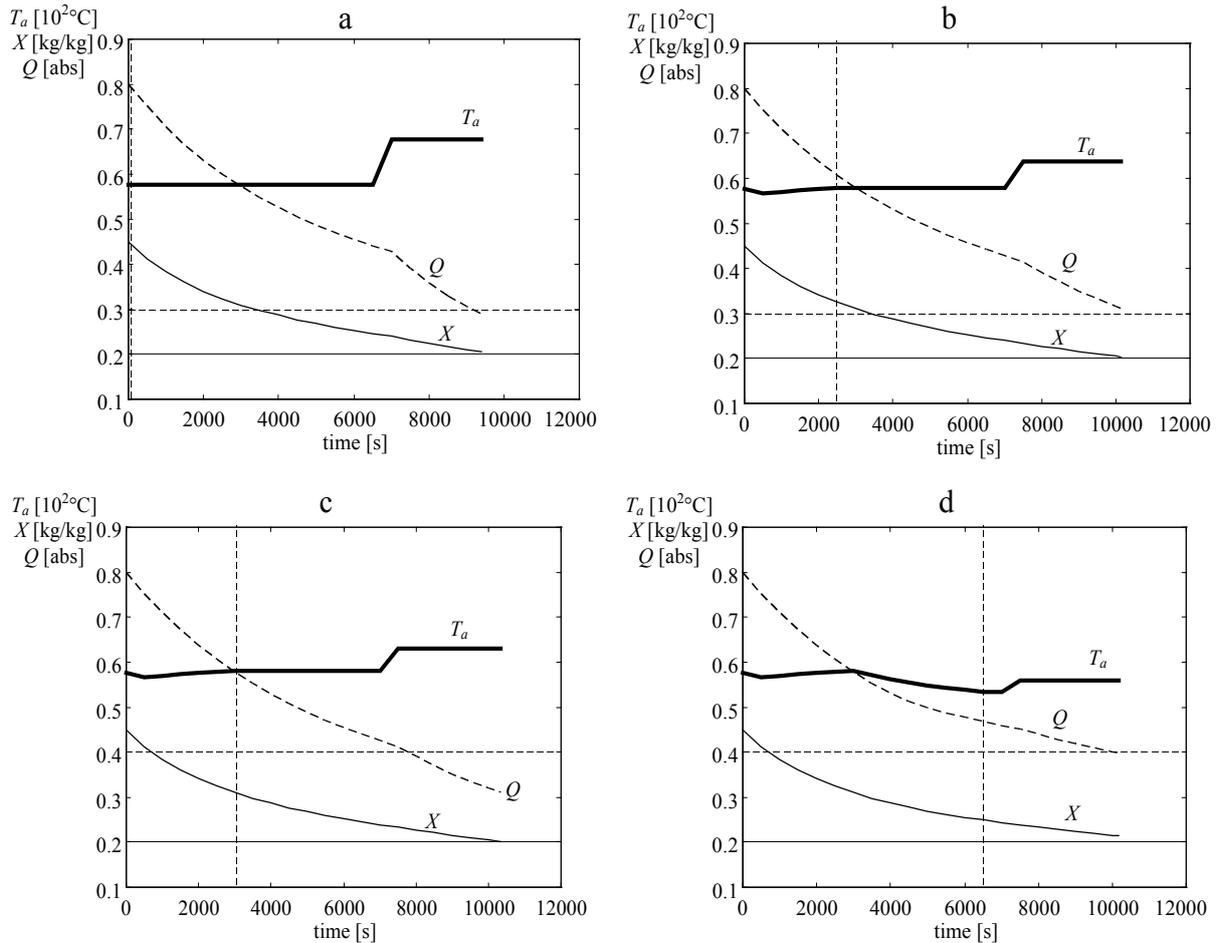


Figure A.5. Modification de la contrainte de qualité en cours de route. (a) A $t = 0$, le profil de température calculé hors ligne est appliqué. (b) Jusqu'à $t = 2500$ s, l'algorithme d'optimisation en ligne modifie peu le profil de température pré calculé. (c) A $t = 3000$ s, la contrainte de qualité est modifiée de 0,3 à 0,4 unités d'absorbance. (d) A $t = 6500$ s, l'algorithme de commande a trouvé un profil de température future adapté à la nouvelle contrainte.

La figure A.4 permet de suivre au fil du temps la réaction de l'algorithme de commande face à la modification de la contrainte de qualité, de 0,3 à 0,4 unités d'absorbance, qui a lieu à $t = 3000$ s. Avant cet instant, l'algorithme de commande intervient peu (figure A.5b), car le séchage suit le scénario prévu lors de l'optimisation hors ligne (figure A.5a).

Tout de suite après la modification des objectifs, la contrainte de qualité se trouve fortement violée (figure A.5c). Le profil de température ne peut pas être adapté tout de suite,

car l'algorithme d'optimisation effectue *une seule itération* à chaque période d'échantillonnage, étant prévu pour compenser des perturbations relativement faibles.

Un profil de température qui respecte la nouvelle contrainte est trouvé au bout de 7 itérations, à $t = 6500$ s (figure A.5d). La température est diminuée progressivement entre 3000 et 6500 s. Le temps total de séchage sera encore augmenté, car la teneur en eau finale n'atteint pas exactement la contrainte.

Un algorithme d'optimisation plus élaboré, comme celui utilisé dans le chapitre 5, permet d'assurer la convergence à chaque période d'échantillonnage, et de réagir plus vite. Pour l'exemple considéré ici il suffirait de réaliser plusieurs itérations par période d'échantillonnage (10 environ, le temps de calcul est largement suffisant), sans forcément chercher la convergence.

Annexe 7. Influence du coefficient de transfert externe sur la température de l'air après le produit

La figure A.6 représente la température de l'air après le produit, simulée avec différentes valeurs du coefficient de transfert externe (valeur nominale, moitié de la valeur nominale et double de la valeur nominale), ainsi que les valeurs mesurées lors d'une expérience sur oranges.

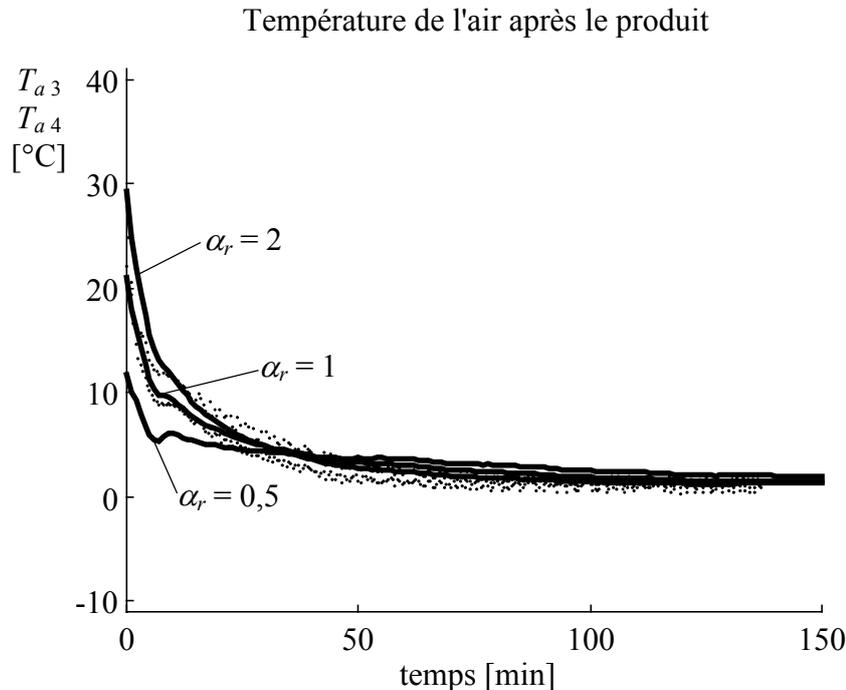


Figure A.6. Température de l'air après le produit. Expérience avec oranges. Valeurs mesurées (···) et valeurs simulées (—), pour $\alpha_r = 0,5$, $\alpha_r = 1$ et $\alpha_r = 2$.

L'augmentation du coefficient de transfert augmente la température de l'air au début de l'expérience et la diminue vers la fin. En effet, lorsque le produit est chaud, un grand coefficient de transfert augmente le flux de chaleur vers l'air, ce qui se traduit par une température de l'air plus élevée. Mais le produit refroidit plus vite, ce qui fait que vers la fin de l'expérience le flux de chaleur est plus petit qu'avec un coefficient de transfert faible.

Autour de 40 minutes (dans l'expérience considérée) l'influence du coefficient de transfert sur la température de l'air est nulle, ce qui ne permet pas de l'estimer à partir de cette température. Numériquement, cela se traduit par des intervalles de confiance estimés très grands. Après 60 minutes il existe une influence décelable, mais relativement faible, car le produit est froid. Des petites non concordances entre les valeurs simulées et les valeurs mesurées (causées par exemple par une température initiale différente ou un léger biais du capteur) demandent d'énormes variations du coefficient de transfert pour être expliquées.

En fait, le coefficient de transfert externe ne peut être bien estimé à partir de la température de l'air que dans les 10 à 20 premières minutes de l'expérience, ce qui est bien insuffisant pour l'application proposée (nous voudrions améliorer les prédictions vers la fin), surtout compte tenu du fait qu'au début, la température de l'air est perturbée par l'ouverture de la porte de la soufflerie.

Notation

α	Coefficient de transfert thermique externe
α_r	Coefficient de transfert de chaleur relatif
$\alpha_{r\ max}$	Valeur maximale du coefficient de transfert de chaleur relatif
$\alpha_{r\ min}$	Valeur minimale du coefficient de transfert de chaleur relatif
β	Coefficient de transfert de matière externe
δ	Débit perturbateur maximal
δ_v	Semi-largeur de l'intervalle de confiance des variables prédites
Δ_v	Intervalle de confiance des variables prédites
\emptyset	Ensemble vide
Φ	Flux thermique à travers l'unité de surface
μ_e	Expression des variables simulées en fonction des variables estimées
μ_p	Expression des variables prédites en fonction des variables incertaines
ρ	Densité
σ_{Q_F}	Ecart type de la qualité amidonnière finale
σ_{Q_I}	Ecart type de la qualité amidonnière initiale
$\sigma_{T_{cc}}$	Précision des mesures de la température au centre du fruit le plus chaud
$\sigma_{T_{cf}}$	Précision des mesures de la température au centre du fruit le plus froid
σ_{T_I}	Ecart type de la température initiale
σ_{X_F}	Ecart type de la teneur en eau finale
σ_{X_I}	Ecart type de la teneur en eau initiale
θ	Temps intégral du régulateur PI
τ	Période d'échantillonnage (intervalle entre deux calculs de la commande)
$\tau_1 \dots \tau_N$	Intervalle de temps optimisés par l'algorithme de commande
τ_F	Intervalle de temps restant jusqu'à la fin du traitement
$\tau_{F\ max}$	Intervalle de temps maximal restant jusqu'à la fin du traitement
$\tau_{F\ min}$	Intervalle de temps minimal restant jusqu'à la fin du traitement
τ_{max}	Durée maximale d'un palier de température
τ_{min}	Durée minimale d'un palier de température
τ_R	Retard pur du procédé
χ	Constante proportionnelle du régulateur PI
A	Ensemble des indices des contraintes actives
A_c	Matrice des poids de la couche cachée du réseau de neurones
A_s	Matrice des poids de la couche de sortie du réseau de neurones
b	Vecteurs des projections de la direction de déplacement d sur les gradients des contraintes actives
B_c	Matrice biais de la couche cachée du réseau de neurones
B_s	Matrice biais de la couche de sortie du réseau de neurones
C_c	Contraintes pour l'optimisation de la commande
C_e	Contraintes pour l'estimation de l'état et des paramètres
C_p	Chaleur massique
C_v	Matrice de covariance des variables prédites

C_w	Matrice de covariance des paramètres incertains du modèle
C_z	Matrice de covariance des variables estimées
d	Direction de déplacement dans l'espace des paramètres
D_y	Marge de sécurité sur les valeurs de la sortie y , à chaque instant
e	Vecteur des entrées du réseau de neurones
E_E	Variation maximale de la consommation énergétique
E_F	Quantité proportionnelle à l'énergie totale consommée
e_i	Vecteur colonne avec $2n - 1$ zéros et un 1 dans la i -ème position
E_p	Amplitude maximale des perturbations p , à chaque instant
E_q	Variation maximale de chaque composante du critère de qualité de la commande
E_Q	Violation maximale de la contrainte de qualité
E_{Q_c}	Variation maximale du critère de qualité de la commande, à cause des perturbations
E_t	Variation maximale du temps total
E_u	Erreur maximale sur les paramètres \underline{u} qui décrivent la commande u
E_u	Erreur maximale sur les valeurs de la commande u , à chaque instant
E_X	Violation maximale de la contrainte de teneur en eau finale
E_y	Erreur maximale sur les valeurs de la sortie y , à chaque instant
F_c	Fonction de coût pour l'optimisation de la commande
F_e	Fonction de coût pour l'estimation de l'état et des paramètres
f_p	Coefficient de forme
g_{C_c}	Matrice des gradients des contraintes, par rapport aux variables à optimiser
g^{F_c}	Gradient de la fonction de coût, par rapport aux variables à optimiser
h	Direction de déplacement dans l'espace des paramètres, orthogonale au sous espace des contraintes actives.
h	Distance entre les tuyaux et le fond de la cuve
H	Hauteur totale de la cuve
H_∞	Norme de type infini (supremum) dans un espace de Hardy
H_a	Humidité relative de l'air avant le produit
I	Ensemble des indices des contraintes inactives
IAA	Industrie agricole et alimentaire
IMC	Commande à modèle interne
J_e	Matrice des dérivées partielles des variables simulées par rapport aux variables estimées
J_p	Matrice des dérivées partielles des variables prédites en fonction des variables incertaines
k_p	Conductivité thermique
K	Constante réelle
L	Ensemble des indices des contraintes satisfaites à la limite
L_c	Borne supérieure de la sensibilité de chaque composante du critère de qualité de la commande par rapport aux perturbations p
L_C	Borne supérieure de la sensibilité de chaque composante du critère de qualité de la commande par rapport aux paramètres qui décrivent la commande \underline{u}
L_M	Borne supérieure sur le gain du modèle interne
L_q	Borne supérieure de la sensibilité du critère de qualité de la commande par rapport aux perturbations p
L_Q	Borne supérieure de la sensibilité du critère de qualité de la commande par rapport aux paramètres \underline{u} qui décrivent la commande u

LQ	Linéaire quadratique
LQG	Linéaire (procédé), quadratique (critère), gaussien (bruit)
L_v	Chaleur latente de vaporisation de l'eau
L_y	Borne supérieure de la sensibilité du critère de qualité de la commande par rapport aux sorties du procédé
L_Y	Borne supérieure de la sensibilité des sorties du procédé par rapport aux perturbations
m	Vecteur des mesures utilisées pour l'estimation
\underline{M}	Modèle parfait (exact) procédé
M	Modèle interne du procédé
M_{Q_F}	Moyenne de la qualité amidonnaire finale
M_v	Moyenne des variables prédites
M_w	Moyenne des paramètres incertains du modèle
M_{X_F}	Moyenne de la teneur en eau finale
M_z	Moyenne des variables estimées
n	Nombre de températures restantes, optimisées par l'algorithme de commande
n_c	Nombre neurones cachés
n_c	Nombre de contraintes
n_e	Nombre de variables d'entrée du réseau de neurones
n_m	Nombre de mesures utilisées pour l'estimation
n_p	Nombre de perturbations agissant sur le procédé
n_u	Nombre de entrées de commande du procédé
n_y	Nombre de sorties mesurées du procédé
n_z	Nombre de variables estimées
N	Nombre de températures optimisées par l'algorithme de commande
O_c	Algorithme d'optimisation de la commande
O_e	Algorithme d'optimisation pour l'estimation
\mathbf{P}	Ensemble des fonctions du temps qui constituent des perturbations possibles
p	Perturbations inconnues agissant sur le procédé
p^*	Perturbation la plus favorable, du point de vue du critère de qualité de la commande
p_0	Valeur usuelle de la perturbation
p_a	Pression partielle de la vapeur d'eau à la température de l'air
PI	Proportionnel, intégral
PID	Proportionnel, intégral, dérivatif
P_m	Perte de masse relative
$P_{m \max}$	Perte de masse relative maximale admissible
P_{mc}	Perte de masse relative subie par le produit situé au point le plus chaud
P_{mf}	Perte de masse relative subie par le produit situé au point le plus froid
p_s	Pression partielle de la vapeur d'eau à la température de surface
P	Procédé à piloter
q	Vecteur des valeurs simulées par le modèle, correspondant aux valeurs mesurées
\underline{Q}	Valeur sûre de la qualité amidonnaire
\bar{Q}	Qualité amidonnaire du maïs
Q_c	Critère de qualité de la commande
Q_{c0}	Coût de mise en température de la soufflerie
Q_{c1}	Coût lié à la durée totale de la réfrigération
Q_{c10}	Coût lié au dépassement des limites admises du temps de réfrigération

Q_{c2}	Coût de la réduction de la température en dessous de T_{sfmin}
Q_{c3}	Coût lié aux variations rapides de température
Q_{c4}	Coût lié aux refroidissement suivis de réchauffements rapides
Q_{c5}	Coût lié aux profils de température en zigzag
Q_{c6}	Coût lié à la violation de la contrainte de qualité
Q_{c7}	Coût d'un refroidissement insuffisant
Q_{c8}	Coût du dépassement de la perte de masse admise
Q_{c9}	Coût lié au dépassement des limites admises de la température de l'air
Q_e	Critère de qualité de l'estimation
Q_{e1}	Ecart quadratique entre les valeurs mesurées et simulées de la température au centre du fruit le plus froid
Q_{e2}	Ecart quadratique entre les valeurs mesurées et simulées de la température au centre du fruit le plus chaud
Q_{e3}	Dépassement des limites admises du coefficient de transfert relatif
Q_F	Qualité amidonnière finale
\underline{Q}_F	Valeur sûre de la qualité amidonnière finale
Q_I	Qualité amidonnière initiale
Q_{min}	Qualité amidonnière minimale du maïs, en dessus de laquelle le produit est considéré inutilisable
r	Trajectoire de référence pour la sortie du procédé
r	Position radiale dans la sphère
r_v	Niveau de risque
R	Ensemble des nombres réels
R	Module de commande automatique
R	Rayon de la sphère
R₊	Ensemble des nombres réels positifs ou nuls
RN	Réseau de neurones
\underline{R}_{QcM}	Commande optimale parfaite au sens du critère Q_c , compte tenu des prédictions du modèle M (réalise une optimisation exacte)
R_{QcM}	Commande optimale au sens du critère Q_c , compte tenu des prédictions du modèle
s	Vecteur des sorties du réseau de neurones
S	Section transversale de la cuve
S_n^{-1}	Inverse de la distribution de probabilité normale
S_t^{-1}	Inverse de la distribution de Student
t	Temps
t	Ensemble de temps
T	Température du produit
T_a	Température de l'air avant le produit
$T_{a\text{ calc}}$	Température de l'air avant le produit, calculée par l'algorithme de commande
$T_{a1...T_{aN}}$	Températures optimisées par l'algorithme de commande
$T_{a\text{ amb}}$	Température de l'air ambiant
$T_{a\text{ max}}$	Température de l'air maximale utilisable
$T_{a\text{ min}}$	Température de l'air minimale utilisable
T_{a1}, T_{a2}	Températures de l'air en deux points autour du produit le plus chaud
$T_{a3\text{ sim}}$	Valeur simulée de la température de l'air après le produit
T_{a3}, T_{a4}	Températures de l'air en deux points juste derrière la cagette
$T_{a4\text{ sim}}$	Valeur simulée de la température de l'air après le produit
T_{aF}	Température de l'air à la fin du traitement d'un lot
T_{aI}	Température de l'air au début du traitement d'un lot

T_{cc}	Température au centre du produit situé au point le plus chaud
$T_{cc\ max}$	Température maximale admissible au centre du produit situé au point le plus chaud
$T_{cc\ sim}$	Température simulée au centre du produit situé au point le plus chaud
T_{cf}	Température au centre du produit situé au point le plus froid
$T_{cf\ sim}$	Température simulée au centre du produit situé au point le plus froid
T_E	Erreur dans la poursuite du profil de température
t_F	Temps de fin du traitement ou fin de l'horizon de prédiction
t_I	Temps de début du traitement ou début de l'horizon d'estimation
T_I	Température initiale
t_m	Instants d'acquisition des mesures
t_P	Instant présent
T_s	Température de surface
T_{sc}	Température en surface du produit situé au point le plus chaud
T_{sec}	Marge de sécurité pour la température en surface du produit situé au point le plus froid
T_{sf}	Température en surface du produit situé au point le plus froid
$T_{sf\ min}$	Température en surface minimale admissible pour le produit situé au point le plus froid
\underline{u}	Domaine des commandes stables
$\underline{\underline{u}}$	Ensemble des commandes stables
$\underline{\underline{u}}$	Ensemble des fonctions du temps qui constituent des entrées de commande valides
u	Borne inférieure pour la commande admissible u , à tout instant
\underline{u}	Vecteur de paramètres qui décrit l'évolution de la commande dans le temps
u	Commandes appliquées au procédé
\underline{u}^* , \underline{u}°	Vecteur de paramètres qui décrit la commande optimale
u^* , u°	Commande optimale
u_I	Commande du procédé correspondant à un comportement instable
u_S	Commande du procédé correspondant à un comportement stable
U	Matrice positive définie qui pénalise la commande du procédé dans un critère d'optimalité quadratique
U	Borne supérieure pour la commande admissible u , à tout instant
v	Vecteur des variables prédites
V	Ensemble des indices des contraintes violées
V_a	Vitesse de l'air avant la couche de produit
w	Vecteur des paramètres incertains du modèle
W_α	Pénalisation du dépassement des limites admises du coefficient de transfert relatif
W_0	Importance relative du coût de la mise en température de la soufflerie
W_1	Importance relative de la réduction de la durée totale de la réfrigération
W_{10}	Pénalisation du dépassement des limites admises du temps de réfrigération
W_2	Importance relative du coût de la réduction de la température en dessous de $T_{sf\ min}$
W_3	Pénalisation des variations rapides de température
W_4	Pénalisation des refroidissements suivis de réchauffements rapides
W_5	Pénalisation des profils de température en zigzag
W_6	Pénalisation de la violation de la contrainte de qualité
W_7	Pénalisation du refroidissement insuffisant
W_8	Pénalisation du dépassement de la perte de masse admise
W_9	Pénalisation du dépassement des limites admises de la température de l'air
W_E	Importance relative de la consommation d'énergie dans le coût total
W_t	Importance relative du temps de traitement dans le coût total

\underline{X}	Valeur sûre de la teneur en eau
X	Teneur en eau du grain
X_F	Teneur en eau finale
X_F	Valeur sûre de la teneur en eau finale
X_I	Teneur en eau initiale
X_{max}	Teneur en eau maximale du grain, au dessus de laquelle la conservation n'est pas assurée
\mathbf{Y}	Domaine des sorties stables
\mathbf{Y}	Ensemble des sorties stables
\mathbf{y}	Ensemble des fonctions du temps qui constituent des sorties mesurées du procédé
y	Borne inférieure pour la sortie du procédé y , à tout instant
y	Sorties mesurables du procédé
Y_a	Teneur en eau de l'air
y_I	Sortie du procédé correspondant à un comportement instable
y_M	Sortie du modèle interne
y_S	Sortie mesurée du procédé correspondant à un comportement stable
Y	Matrice positive définie qui pénalise l'état du procédé dans un critère d'optimalité quadratique
Y	Borne supérieure pour la sortie du procédé y , à tout instant
z	Vecteur des paramètres estimés

Bibliographie

- Acuna, G. (1995). Contribution à la modélisation et l'estimation de la production de levains lactiques thermophiles. *Thèse, Automatique et Productique*. INP Grenoble.
- Aguerre, R. J. and Suarez, C. (1992). Numerical analysis of the diffusion equation for composite solids: application to grain drying. *Journal of Food Engineering* **17**: 201-215.
- Alamir, M. (1994). Contributions à l'étude de la commande optimale à horizon fuyant des systèmes non linéaires. *Thèse*. INP Grenoble.
- Alvarez, G. (1992). Etude des transferts de chaleur et de matière au sein d'un échangeur complexe de type "palette". *Thèse, Génie des Procédés Agro-Alimentaires*. Ecole Nationale du Génie Rural, des Eaux et des Forêts, Paris.
- Alvarez, G. and Trystram, G. (1995). Design of a new strategy for the control of the refrigeration process: fruit and vegetables conditioned in a pallet. *Food Control* **6**(6): 347-355.
- Astrom, K. J. (1983). Theory and applications of adaptive control - a survey. *Automatica* **19**(5): 471-486.
- Bastin, G. and Dochain, D. (1990). Online estimation and adaptive control of bioreactors. Amsterdam, The Netherlands, Elsevier.
- Bates, D. M. and Watts, D. G. (1988). Nonlinear regression analysis and its applications. New York, John Wiley & Sons.
- Becker, H. A., Douglas, P. L. and Ilias, S. (1984). Development of optimization strategies for industrial grain dryer systems. *Canadian Journal of Chemical Engineering* **62**: 738-745.
- Bequette, B. W. (1991). Nonlinear predictive control using multi-rate sampling. *The Canadian Journal of Chemical Engineering* **69**(February): 136-143.
- Beyer, O., Duquenoy, A., Couvrat-Desvergnès, B. and Carrier, A. (1986). Vers l'ajustement automatique des barèmes de stérilisation. *Automatic Control and Optimisation of Food Processes*. M. Renard and J. J. Bimbenet. London, Elsevier: 223-240.
- Biegler, L. T. and Cuthrell, J. E. (1985). Improved infeasible path optimization for sequential modular simulators - II: The optimization algorithm. *Computers and Chemical Engineering* **9**(3): 257-267.
- Bishop, C. M. (1994). Neural networks and their applications. *Rev. Sci. Instrum.* **65**(6): 1803-1832.
- Blondel, V., Gevers, M. and Lindquist, A. (1995). Survey on the state of systems and control. *European Journal of Control* **1**(5): 5-23.
- Boillereaux, L. (1996). Estimation d'état de procédés non linéaires: méthode à horizon glissant avec indicateur de qualité. *Thèse*. INP Grenoble.
- Boillereaux, L. and Flaus, J. M. (1995a). Estimation d'état à horizon glissant pour procédés non linéaires. *Récents Progrès en Génie des Procédés* **9**(40).

- Boillereaux, L. and Flaus, J. M. (1995b). A new algorithm for real time adaptive state estimation. *AARTC'95, 3rd IFAC/IFIP Workshop on Algorithms and Architectures for Real Time Control*, Ostend, Belgium.
- Bonazzi, C., Courtois, F., Geneste, C., Pons, B., Lahon, M. C. and Bimbenet, J. J. (1994). Experimental study on the quality of rough rice related to drying conditions. *Drying 94*. V. Rudolph and R. B. Keey. **B**: 1031-1036.
- Bourdaud, D. (1974). Contribution à l'identification et à l'optimisation des procédés de fermentation discontinus. *Thèse*. INP Grenoble.
- Carillo Le Roux, G. (1995). Stratégie d'identification de modèles algebro - différentiels. Application aux systèmes réactionnels complexes. *Thèse, Génie des Procédés*. INP Toulouse.
- Cenkowski, S., Jayas, D. S. and Pabis, S. (1993). Deep-bed grain drying - a review of particular theories. *Drying Technology* **11**(7): 1553-1581.
- Chen, Q. and Weigand, W. A. (1994). Dynamic optimization of nonlinear processes by combining neural net model with UDMC. *AIChE Journal* **40**(9): 1488-1497.
- Cheruy, A. and Flaus, J. M. (1994). Des mesures indirectes à l'estimation en ligne. *Capteurs et mesures en biotechnologie*. J. Boudrant, G. Corrieu and P. Coulet. Paris, Lavoisier: 443-487.
- Clarke, D. W., Mohtadi, C. and Tuffs, P. S. (1987a). Generalized predictive control - part I. The basic algorithm. *Automatica* **23**(2): 137-148.
- Clarke, D. W., Mohtadi, C. and Tuffs, P. S. (1987b). Generalized predictive control - part II. Extensions and interpretations. *Automatica* **23**(2): 149-160.
- Come, D. and Corbineau, F. (1994). Effets cellulaires et métaboliques du froid sur les végétaux. *Le Froid et la Qualité des Légumes Frais*, Brest, France.
- Corana, A., Marchesi, M., C., M. and Ridella, S. (1987). Minimizing multimodal functions of continuous variables with the "simulated annealing" algorithm. *ACM Transactions on Mathematical Software* **13**(3): 262-280.
- Courtial, E. (1996). Commande prédictive et estimation d'état de systèmes non linéaires. *Thèse*. Université Claude Bernard, Lyon I.
- Courtois, F. (1991). Amélioration de la qualité agro-industrielle du maïs par la modélisation dynamique du séchage. *Thèse, Génie des Procédés*. ENSIA Massy.
- Courtois, F., Lebert, A., Duquenoy, A., Lasseran, J. C. and Bimbenet, J. J. (1991). Modelling of drying in order to improve processing quality of maize. *Drying Technology* **9**(4): 927-945.
- Courtois, F., Lebert, A., Lasseran, J. C. and Bimbenet, J. J. (1994). Corn drying : modelling the quality degradation. *Developments in Food Engineering*, Blackie Academic & Professional. **Part 1**: 334-336.
- Cuthrell, J. E. and Biegler, L. T. (1987). On the optimization of differential - algebraic process systems. *AIChE Journal* **33**(8): 1257-1270.
- Daudin, J. D. (1982). Modélisation d'un séchoir à partir des cinétiques expérimentales de séchage. *Thèse, Sciences et techniques de l'industrie alimentaire*. ENSIA.

- Davidson, V. J. and Smith, K. D. (1995). A fuzzy controller for a batch cooking process. *Journal of Food Engineering* **24**: 15-24.
- Davis, L., Ed. (1987). Genetic algorithms and simulated annealing. London, Pitman.
- de Oliveira, N. M. C. and Biegler, L. T. (1994). Constraint handling and stability properties of model predictive control. *AIChE Journal* **40**(7): 1138-1155.
- de Trembley, M., Perrier, M., Chavarie, C. and Archambault, J. (1992). Optimization of fed-batch culture of hybridoma cells using dynamic programming: single and multi feed cases. *Bioprocess Engineering* **7**: 229-234.
- Demuth, H. and Beale, M. (1993). Neural network toolbox for Matlab - User's guide. Natick, MA, The MathWorks Inc.
- Dornier, M., Petremann, R. and Decloux, M. (1995). Influence of start-up procedure on crossflow microfiltration of raw cane sugar. *Journal of Food Engineering* **24**: 213-224.
- Dornier, M., Rocha, T., Trystram, G., Bardot, I., Decloux, M. and Lebert, A. (1993). Application of neural computation for dynamic modelling of food processes: drying and microfiltration. *Artificial Intelligence for Agriculture and Food*, Nîmes, France, EC2.
- Duvivier, E. (1988). Optimisation des procédés semi-continus par programmation dynamique. *Thèse*. INSA Toulouse.
- Eykhoff, P. (1974). System identification. Chicester, Wiley - Interscience.
- Feng, W., Genceli, H. and Nikolaou, M. (1996). Constrained model predictive control with simultaneous identification using wavelets. *Computers in Chemical Engineering* **20**(Suppl): S1011-S1016.
- Ferret, E. (1995). Analyse de la commande de type L/A et évaluation comparée en contrôle des bioprocédés. *Thèse*. INP Grenoble.
- Fletcher, R. (1987). Practical methods of optimization. Chicester, Wiley - Interscience.
- Foix, T., Bardy, J., Carmant, C., Jeandel, A., Lourdou, I., Raguenaud, P., Boucher, P., Trystram, G. and Boutillon, A. (1996). Automatique et combustion au service de la tradition du cognac. *ATG*, Paris.
- Forbes, J. F. and Marlin, T. E. (1994). Model accuracy for economic optimizing controllers: the bias update case. *Industrial Engineering and Chemistry Research* **33**(8): 1919-1929.
- Francis, B. A. (1987). A course in H-infinity control theory. New York, Springer Verlag.
- Freeman, J. A. and Skapura, D. M. (1992). Neural networks. New York, Addison-Wesley.
- Ganguly, S. and Saraf, D. N. (1995). Online optimization and dual composition control of distillation column using nonlinear controller. *Industrial Engineering and Chemistry Research* **34**(1): 209-215.
- Garcia, C. E. (1984). Quadratic dynamic matrix control of nonlinear processes. An application to a batch reaction process. *AIChE Annual Meeting*, San Francisco, California.
- Garcia, C. E. and Morari, M. (1982). A unifying review and some new results. *Industrial Engineering and Chemical Process Design and Development* **21**: 308-323.
- Garcia, C. E., Prett, D. M. and Morari, M. (1989). Model predictive control: theory and practice - a survey. *Automatica* **25**(3): 335-348.

- Gattu, G. and Zafiriou, E. (1992). Nonlinear dynamic matrix control with state estimation. *Industrial Engineering and Chemistry Research* **31**: 1096-1104.
- Genceli, H. and Nikolaou, M. (1993). Robust stability analysis of constrained l-1 norm model predictive control. *AIChE Journal* **39**(12): 1954-1965.
- Georgakis, C. (1995). Modern tools of process control: the case of black, gray and white models. *Entropie*(194): 34-48.
- Gill, P. E., Murray, W. and Wright, M. H. (1981). Practical optimization. London, Academic Press.
- Grace, A. (1994). Optimization toolbox for Matlab- User's guide. Natick, MA, The MathWorks Inc.
- Grondin Perez, B. (1994). Les réseaux de neurones pour la modélisation et la conduite des réacteurs chimiques: simulations et expérimentations. *Thèse, Génie des Procédés*. Université de Bordeaux I.
- Henson, M. A. and Seborg, D. E. (1993). Theoretical analysis of unconstrained nonlinear model predictive control. *International Journal of Control* **58**(5): 1053-1080.
- Hornik, K., Stinchcombe, M. and White, H. (1989). Multilayer feedforward networks are universal approximators. *Neural Networks* **2**: 359-366.
- Hornik, K., Stinchcombe, M., White, H. and Auer, P. (1994). Degree of approximation results of feedforward networks approximating unknown mappings and their derivatives. *Neural Computation* **6**: 1262-1275.
- Huang, B. and Mujumdar, A. S. (1993). Prediction of industrial dryer performance using neural network. *Drying '92*. A. S. Mujumdar, Elsevier Science: 1124-1132.
- Hunt, K. J. and Sbarbaro, D. (1993). Adaptive filtering and neural networks for realisation of internal model control. *Intelligent Systems Engineering Summer*: 67-76.
- Isidori, A. (1989). Nonlinear control systems: an introduction. Berlin, Springer Verlag.
- Johansen, T. A. and Foss, B. A. (1993). Constructing NARMAX models using ARMAX models. *International Journal of Control* **58**(5): 1125-1153.
- Kalman, R. E. and Bucy, R. S. (1961). New results in linear filtering and prediction theory. *Transactions ASME* **83**(D): 95-108.
- Kwon, W. H., Bruckstein, A. M. and Kailath, T. (1983). Stabilizing state feedback design via the moving horizon method. *International Journal of Control* **37**(3): 631-634.
- La Salle, J. P. and Lefschetz, S. (1961). Stability by Lyapunov's direct method with applications. New York, Academic Press.
- Lakrori, M. (1989). Commande L/A - applications. *Thèse*. INP Grenoble.
- Latrille, E. (1994). Suivi de la fabrication du yaourt brassé: instrumentation, mesure indirecte et modélisation prédictive par réseaux de neurones. *Thèse*. INRA Paris - Grignon.
- Le Bras, A. and Beaux, Y. (1984). Appréciation de la valeur d'utilisation du maïs en amidonnerie. *Guide pratique d'analyse dans les industries des céréales*. B. Godon and W. Loisel. Paris, Lavoisier: 597-600.
- Lee, J. and Park, S. (1994). Robust nonlinear predictive control using a disturbance estimator. *Chemical Engineering Communications* **128**: 43-64.

- Lee, J. H., Morari, M. and Garcia, C. E. (1994). State-space interpretation of model predictive control. *Automatica* **30**(4): 707-717.
- Lee, J. H. and Ricker, N. L. (1994). Extended Kalman filter based nonlinear model predictive control. *Industrial Engineering and Chemistry Research* **33**(6): 1530-1541.
- Li, W. C. and Biegler, L. T. (1989). Multistep, Newton-type control strategies for constrained, nonlinear processes. *Chemical Engineering Research and Development* **67**(November): 562-577.
- Li, W. C. and Biegler, L. T. (1990). Newton type controllers for constrained nonlinear processes with uncertainty. *Industrial Engineering and Chemistry Research* **29**: 1647-1657.
- Ling, K. V. and Dexter, A. L. (1994). Expert control of air-conditioning plant. *Automatica* **30**(5): 761-773.
- Ljung, L. (1987). System identification - Theory for the user. Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall.
- Loncin, M. (1985). Génie industriel alimentaire. Paris, Masson.
- Luenberger, D. G. (1971). An introduction to observers. *IEEE Transactions on Automatic Control* **16**: 596-602.
- Maciejowsky, J. M. (1989). Multivariable feedback design, Addison-Wesley.
- Mayne, D. Q., Michalska, H. and Polak, E. (1994). An efficient algorithm for solving semi infinite inequality problems with box constraints. *Applied Mathematics and Optimization* **30**: 135-157.
- Michalska, H. and Mayne, D. Q. (1993). Robust receding horizon control of constrained nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* **38**(11): 1623-1633.
- Moore, J. J. (1977). The Levenberg-Marquardt algorithm: implementation and theory. *Numerical Analysis*. G. A. Watson, Springer Verlag: 105-116.
- Moraal, P. E. and Grizzle, J. W. (1992). Nonlinear discrete time observers using Newton's and Broyden's methods. *ACC'92*.
- Moraal, P. E. and Grizzle, J. W. (1995). Observer design for nonlinear systems with discrete time measurements. *IEEE Transactions on Automatic Control* **40**(3): 395-404.
- Morari, M. (1994). The past and the next fifteen years. *Modelling, Identification and Control* **15**(3): 161-164.
- Moreira, R. G. and Bakker-Arkema, F. W. (1992). Grain dryer controls : a review. *Cereal Chem* **69**(4): 390-396.
- Narendra, K. S. and Parthasarathy, K. (1990). Identification and control of dynamical systems using neural networks. *IEEE Transactions on Neural Networks* **1**(1): 4-26.
- Nedler, J. A. and Mead, R. (1964). A simplex method for function minimization. *Computer Journal* **7**: 308-313.
- Peng, C. Y. and Jang, S. S. (1994). Nonlinear rule based model predictive control of chemical processes. *Industrial Engineering and Chemistry Research* **33**(9): 2140-2150.
- Perron, M. (1975). Commande dynamique optimale d'un procédé discontinu de fabrication de pâte cellulosique. *Thèse*. INP Grenoble.

- Perrot, N., Trichard, J. M. and Trystram, G. (1996a). Automatic control of the crossflow microfiltration process using fuzzy logic. *Journal of Membrane Science*(116): 93-105.
- Perrot, N., Trystram, G., Le Guenec, D. and Guely, F. (1996b). Sensor fusion for real time quality evaluation of biscuit during baking. Comparison between bayesian and fuzzy approaches. *Journal of Food Engineering* **29**: 301-315.
- Perruquetti, W., Richard, J. P., Grujic, L. T. and Borne, P. (1995). On practical stability with settling time via vector norms. *International Journal of Control* **62**(1): 173-189.
- Rawlings, J. B. and Muske, K. R. (1993). The stability of constrained receding horizon control. *IEEE Transactions on Automatic Control* **38**(10): 1512-1516.
- Richalet, J. (1991). *Pratique de la commande prédictive*. Paris, Hermès.
- Richalet, J. (1993). Industrial applications of model based predictive control. *Automatica* **29**(5): 1251-1274.
- Richalet, J. (1996). L'impact industriel de la commande prédictive. *Mesures*(684): 75-81.
- Ricker, N. L. and Lee, J. H. (1995). Nonlinear model predictive control of the Tennessee Eastman challenge process. *Computers in Chemical Engineering* **19**(9): 961-981.
- Safonov, M. G. and Athans, M. (1977). Gain and phase margins for multiloop LQG regulators. *IEEE Transactions in Automatic Control* **13**(4).
- Savoie, I., Trystram, G., Duquenoy, A., Brunet, P. and Marchin, F. (1992). Heat and mass transfer dynamic modelling of an indirect biscuit baking tunnel oven. Part I: modelling principles. *Journal of Food engineering* **16**: 173-196.
- Scheglov, A. Y. (1993). The constrained method for optimizing complex systems. *Radiotekhnika*(4): 9-13.
- Schoen, F. (1991). Stochastic techniques for global optimization: a survey of recent approaches. *Journal of Global Optimization* **1**: 207-228.
- Schonauer, S. and Moreira, R. (1995). Development of a fixed GPC controller for a food extruder based on product quality attributes. Part II: control development, implementation, and analysis. *Transactions of Institution of Chemical Engineers* **73**(C): 200-210.
- Seborg, D. E., Edgar, T. F. and Shah, S. L. (1986). Adaptive control strategies for process control: a survey. *AIChE Journal* **32**(6): 881-913.
- Shimizu, K. and Satoshi, I. (1994). Constrained optimization in Hilbert space and generalized dual quasi Newton algorithm for state-constrained optimal control problems. *IEEE Transactions on Automatic Control* **39**(5): 982-986.
- Sistu, P. B. and Bequette, B. W. (1991). Nonlinear predictive control of uncertain processes: application to a CSTR. *AIChE Journal* **37**(11): 1711-1723.
- Song, J. J. and Park, S. (1993). Neural model predictive control for nonlinear chemical processes. *Journal of Chemical Engineering of Japan* **26**(4): 347-354.
- Soroush, M. and Kravaris, C. (1994). Synthesis of discrete-time nonlinear feedforward/feedback controllers. *AIChE Journal* **40**(3): 473-495.
- Stein, G. and Athans, M. (1987). The LQG/LTR procedure for multivariable feedback control design. *IEEE Transactions on Automatic Control* **32**: 105.

- Techasena, O., Lebert, A. and Bimbenet, J. J. (1992). Simulation of deep bed drying of carrots. *Journal of Food Engineering* **16**: 267-281.
- The MathWorks Inc. (1992). Simulink user's guide, The MathWorks Inc.
- Toyoda, K. (1988). Study on intermittent drying of rough rice in a recirculation dryer. *Six-th International Drying Symposium*, Versailles, France.
- Trelea, I. C., Alvarez, G. and Trystram, G. (1997a). Nonlinear predictive optimal control of a batch refrigeration process. *Journal of Food Process Engineering*.
- Trelea, I. C., Courtois, F. and Trystram, G. (1997b). Dynamic models of drying and wet-milling quality degradation of corn using neural networks. *Drying Technology* **15**(3&4): 1095-1102.
- Trelea, I. C., Courtois, F. and Trystram, G. (1997c). Dynamics analysis and control strategy for mixed flow corn dryer. *Journal of Process Control* **7**(1): 57-64.
- Trelea, I. C., Raoult-Wack, A. L. and Trystram, G. (1997d). Application and interest of neural network modelling for the control of dewatering and impregnation soaking process (osmotic dehydration). *Journal of Food Science and Technology*.
- Trelea, I. C., Trystram, G. and Courtois, F. (1997e). Optimal constrained nonlinear control of batch processes: application to corn drying. *Journal of Food Engineering* **31**: 403-421.
- Trystram, G. and Courtois, F. (1994). Food processing control - reality and problems. *Food Research International* **27**: 173-185.
- Trystram, G. and Dumoulin, E. (1990). Process control in the food industry. *Engineering in Food*. W. Spiess and H. Schubert. London, Elsevier Applied Science. **I**: 705-718.
- Van Boxtel, A. J. B. and Knol, L. (1996). A preliminary study on strategies for optimal fluid-bed drying. *Drying Technology* **14**(3&4): 481-500.
- Van Impe, J. F., Nicolai, B. M., Vanrolleghem, P. A., Spriet, J. A., De Moor, B. and Vandewalle, J. (1994). Optimal control of the penicillin G fed-batch fermentation: an analysis of the model of Heijnen *et al.* *Optimal Control Applications and Methods* **15**: 13-34.
- Van Impe, J. F. M. (1995). Power and limitations of model based bioprocess optimization. *IMACS International Symposium on Mathematical Modelling and Simulation in Agriculture and Bio-Industries*, Brussels.
- Webb, C. J., Budman, H. M. and Morari, M. (1995). Identification of uncertainty bounds for robust control with applications to a fixed bed reactor. *Industrial Engineering and Chemistry Research* **34**(5): 1743-1754.
- Yu, Z. H., Li, W., Lee, J. H. and Morari, M. (1994). State estimation based model predictive control applied to shell control problem: a case study. *Chemical Engineering Science* **49**(3): 285-301.
- Zhang, Q. and Litchfield, J. B. (1993). Fuzzy logic control for continuous crossflow grain dryer. *Journal of Food Process Engineering* **16**: 59-77.
- Zimmer, G. (1993). A new algorithm for approximating the states of nonlinear systems. *International Journal of Systems Science* **24**(4): 778-788.